



KEMENTERIAN PENDIDIKAN MALAYSIA
Jabatan Pendidikan Negeri Sabah

MODULE

MATEMATIK TAMBAHAN

**TINGKATAN 5
2021**

(VERSI BAHASA MELAYU)

JABATAN PENDIDIKAN NEGERI SABAH

PRAKATA

Memahami konsep serta banyak membuat latihan mengenai konsep yang dipelajari merupakan satu faktor penyumbang kejayaan murid dalam peperiksaan SPM.

Kebanyakan murid yang lemah menguasai konsep adalah kerana kurang membuat latihan. Nota ringkas yang padat (One Page Note) yang disertakan sekali di dalam modul ini diharap dapat membantu penguasaan konsep topik tersebut. Latihan yang padat bagi setiap topik juga diharap sedikit sebanyak membantu guru dan murid menguasai topik tersebut.



Justeru itu, modul ini diharapkan dapat membantu guru dan murid semasa pengajaran dan pembelajaran dan juga semasa membuat latihan ulangkaji menjelang peperiksaan SPM.

OBJEKTIF MODUL

1. Memudahkan murid mengingat konsep penting dalam bentuk grafik yang lebih padat.
2. Membantu murid menjawab soalan-soalan latihan ulangkaji menjelang peperiksaan SPM
3. Membantu guru mengatasi masalah pelajar yang tidak mempunyai sebarang sumber rujukan.

Ikhlas daripada:

Lee Chiong Tee
Penyelaras dan Ketua Penggubal
Modul Matematik Tambahan 2021

KANDUNGAN

SUKATAN MEMBULAT

PEMBEZAAN

PENGAMIRAN

PILIHATUR DAN GABUNGAN

TABURAN KEBARANGKALIAN

FUNGSI TRIGONOMETRI

PENGATURCARAAN LINEAR

KINEMATIK GERAKAN LINEAR

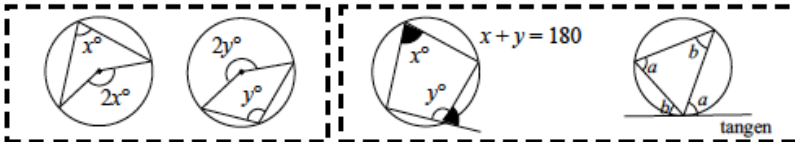
JAWAPAN LEMBARAN KERJA

SUKATAN MEMBULAT

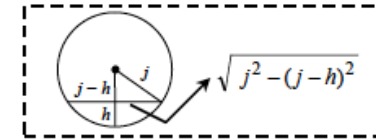
- ONE PAGE NOTE (OPN)

- LEMBARAN KERJA

Encik Peter Wong Yung Ming



ONE PAGE NOTES
"SUKATAN MEMBULAT"



Mengenal Bu1atan

Lilitan = $2\pi j = \pi d$
Luas = πj^2

Panjang lengkok AB, $S_{AB} = \frac{\theta}{360} \times 2\pi j$
Luas sektor OAB, $Lo_{AB} = \frac{\theta}{360} \times \pi j^2$

lengkok major ← → lengkok minor
sektor major ← → sektor minor
tembereng major ← → tembereng minor

Penukaran Unit

darjah $\xleftrightarrow{\times \frac{\pi}{180}}$ radian
radian $\xleftrightarrow{\times \frac{180}{\pi}}$ darjah

« 180° = π »

30° = $\frac{\pi}{6}$ rad 90° = $\frac{\pi}{2}$ rad
45° = $\frac{\pi}{4}$ rad 270° = $\frac{3\pi}{2}$ rad
60° = $\frac{\pi}{3}$ rad 360° = 2π rad

Panjang Lengkok & Luas Sektor

$S_{AB} = \theta j$
 $Lo_{AB} = \frac{1}{2} \theta j^2$

$S_{AB} = \pi j = \frac{1}{2} \pi D$
 $Lo_{AB} = \frac{1}{2} \pi j^2$

Panjang Perentas, Luas Δ & Luas Tembereng

Perentas AB = $2j \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$
Luas ΔOAB = $\frac{1}{2} j^2 \sin \theta$
Luas tembereng = $\frac{1}{2} j^2 (\theta - \sin \theta)$

Kon & Bentangan

$S_{AB} = \theta r = 2\pi j$

Teorem Phytagoras & Nisbah Trigonometri → Cari : θ @ jejari @ panjang sisi

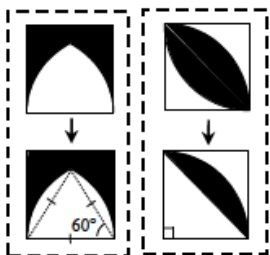
$H = \sqrt{O^2 + A^2}$ 3 4 5 5 12 13
 $O = \sqrt{H^2 - A^2}$ 6 8 10 8 15 17
 $A = \sqrt{H^2 - O^2}$ 9 12 15 7 24 25

luas Δ = $\frac{1}{2} \times O \times A$

$\sin \theta = \frac{O}{H}$
 $\cos \theta = \frac{A}{H}$
 $\tan \theta = \frac{O}{A}$

Segi Tiga Sama Kaki

Segi Tiga Sama Sisi



Penyelesaian Segi Tiga

$\cos \theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
luas Δ = $\frac{1}{2} ab \sin \theta$
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$

$\theta + \alpha = 180$

tangen

tangen

[x + y = 180]

Rombus

[x + y = 180]

"rumus Heron" : luas Δ = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$ = semi perimeter

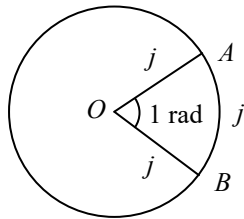
TOPIK 1 : SUKATAN MEMBULAT

[1 soalan → 3 – 4 markah]

1.1 Radian

1.1.1 Membuat perkaitan antara ukuran sudut dalam radian dengan darjah.

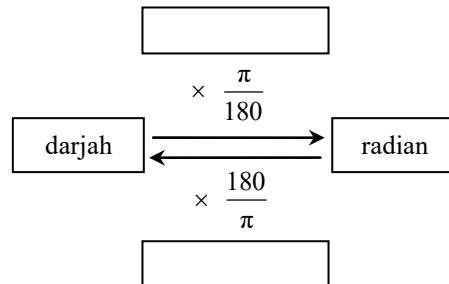
1 Lengkapkan setiap yang berikut :



Secara amnya, bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjari j unit :

- Jika $\angle OAB = 1$ radian $\rightarrow S_{AB} =$
- Jika $\angle OAB = 2$ radian $\rightarrow S_{AB} =$
- Jika $\angle OAB = 3$ radian $\rightarrow S_{AB} =$
- ⋮
- Jika $\angle OAB = \pi$ radian $\rightarrow S_{AB} =$
- ⋮
- Jika $\angle OAB = 2\pi$ radian $\rightarrow S_{AB} =$

Kesimpulan : 2π radian = °
 \downarrow
 π radian = °



MINDA :

radian ialah ukuran sudut yang tercangkum di pusat sebuah bulatan oleh lengkok yang sama panjang dengan jejari bulatan itu.

2 Tukarkan sudut-sudut khusus yang berikut dalam sebutan π radian.

(a) $30^\circ =$	(b) $45^\circ =$	(c) $60^\circ =$	(d) $90^\circ =$
(e) $120^\circ =$	(f) $180^\circ =$	(g) $270^\circ =$	(h) $360^\circ =$

3 Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada radian. Berikan jawapan anda betul kepada empat angka bererti. [Guna $\pi = 3.142$] $\rightarrow \times \frac{\pi}{180}$

(a) $36^\circ =$	(b) $75^\circ =$	(c) $105.7^\circ =$	(d) $224^\circ 36' =$
------------------	------------------	---------------------	-----------------------

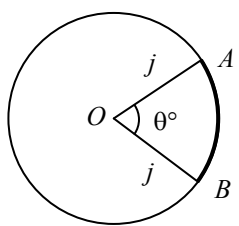
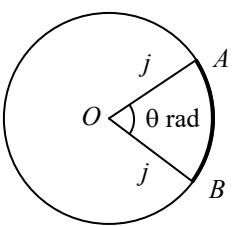
4 Tukarkan setiap sudut yang berikut kepada darjah. Berikan jawapan anda betul kepada dua tempat perpuluhan. [Guna $\pi = 3.142$] $\rightarrow \times \frac{180}{\pi}$

(a) 3.24 rad =	(b) $\frac{2}{3}$ rad =	(c) $1\frac{1}{4}$ rad =	(d) $\frac{14}{9}\pi$ rad =
------------------	-------------------------	--------------------------	-----------------------------

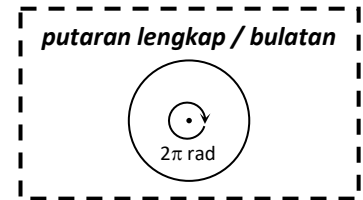
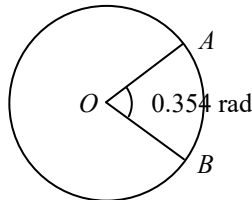
1.2 Panjang Lengkuk suatu Bulatan

1.2.1 Menentukan : (i) panjang lengkok, (ii) jejari, dan (iii) sudut tercangkum di pusat bulatan.

5 Lengkapkan setiap yang berikut :

 $\frac{S_{AB}}{\theta^\circ} = \frac{2\pi r}{360^\circ}$ $S_{AB} =$	 $\frac{S_{AB}}{\theta \text{ rad}} = \frac{2\pi r}{2\pi \text{ rad}}$ $S_{AB} =$
---	---

6 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O.



Diberi panjang lengkok major AB ialah 45.51 cm. carikan panjang, dalam cm, jejari bulatan itu.

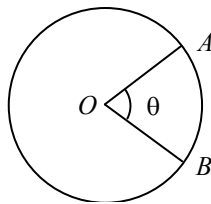
[Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp: 7.675)

[3 markah] [2004, No.19]

Jawapan :

7 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O.



Panjang lengkok minor AB ialah 16 cm dan sudut sektor major AOB ialah 290° . Dengan menggunakan $\pi = 3.142$, Carikan

(a) nilai θ , dalam radian, (Berikan jawapan anda betul kepada empat angka bererti) (Jwp : 1.222)

(b) panjang, dalam cm, jejari bulatan itu.

(Jwp : 13.093)

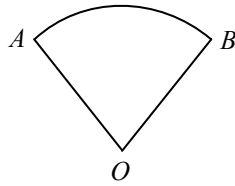
[3 markah] [2005, No.18]

Jawapan :

(a)

(b)

- 8 Dalam rajah, panjang lengkok AB ialah 1.5 kali panjang jejaringnya, OA .



Cari $\angle AOB$, dalam darjah. Berikan jawapan anda betul kepada dua titik perpuluhan.

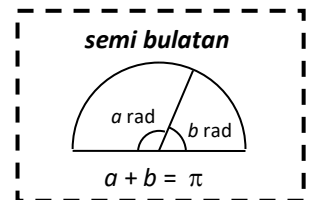
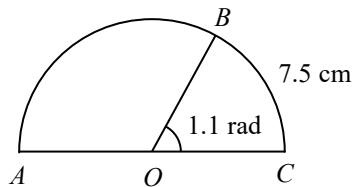
[Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 85.93)

[2 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 9 Dalam rajah, ABC ialah sebuah semi bulatan berpusat O .



Diberi panjang lengkok BC ialah 7.5 cm dan $\angle BOC = 1.1$ rad. Cari panjang lengkok AB .

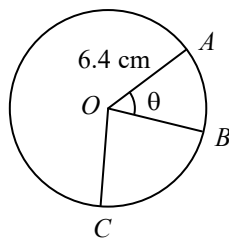
[Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 13.92)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 10 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O .



Diberi panjang lengkok minor AB ialah 4.8 cm dan sudut minor sektor BOC ialah 1 rad. Guna $\pi = 3.142$, cari

(a) nilai θ , dalam radian,

(Jwp : 0.75)

(b) panjang, dalam cm, lengkok major AC .

(Jwp : 29.02)

[4 markah] [**Ramalan**]

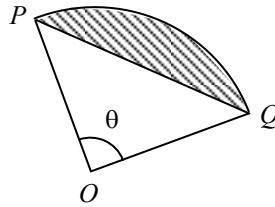
Jawapan :

(a)

(b)

1.2.2 Menentukan perimeter tembereng suatu bulatan.

11 Rajah menunjukkan sebuah sektor dengan pusat O , dan berjejari 2.75 cm.



Diberi panjang lengkok PQ ialah 4.62 cm. Guna $\pi = 3.142$, cari

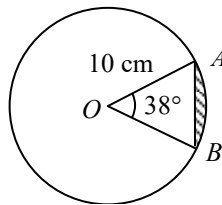
- (a) sudut θ , dalam darjah, (Jwp : 96.24)
- (b) perimeter, dalam cm, tembereng berlorek. (Jwp : 8.715)

[4 markah] **[Ramalan]**

Jawapan :

- (a) (b)

12 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O .



Cari perimeter, dalam cm, tembereng berlorek. [Guna $\pi = 3.142$]

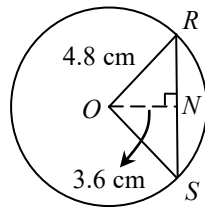
(Jwp : 13.144)
[4 markah] **[Ramalan]**

Jawapan :

MINDA :

	$\text{perentas } AB = 2j \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ $AB^2 = j^2 + j^2 - 2j^2 \cos \theta$ $\cos \theta = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2(OA)(OB)}$		$\sin \theta = \frac{O}{H} \quad H = \sqrt{O^2 + A^2}$ $\cos \theta = \frac{A}{H} \quad O = \sqrt{H^2 - A^2}$ $\tan \theta = \frac{O}{A} \quad A = \sqrt{H^2 - O^2}$
		<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\text{luas } \Delta = \frac{1}{2} \times O \times A$ </div>	

- 13 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O dengan jejari 4.8 cm.



N ialah titik tengah perentas RS dan $ON = 3.6$ cm. Guna $\pi = 3.142$, cari

- (a) $\angle ROS$, dalam radian,
 (b) perimeter, dalam cm, tembereng minor RS .

(Jwp : 1.446)

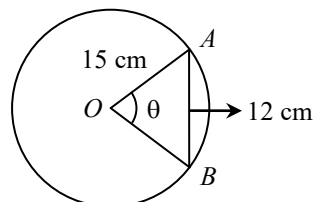
(Jwp : 13.29)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

- 14 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berjejari 15 cm, dengan perentas AB 12 cm.



Gunakan $\pi = 3.142$, cari

- (a) nilai θ , dalam radian,
 (b) perimeter, dalam cm, tembereng minor AB .

(Jwp : 0.8232)

(Jwp : 24.348)

[4 markah] [**Ramalan**]

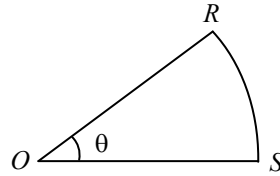
Jawapan :

- (a) (b)

1.2.3 Menyelesaikan masalah yang melibatkan panjang lengkok.

⇒ penyelesaian masalah 1

- 15 Rajah menunjukkan sektor ROS berpusat O .



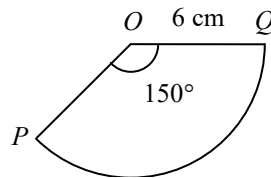
Panjang lengkok RS ialah 7.24 cm dan perimeter sektor ROS ialah 25 cm. Carikan nilai θ , dalam rad.

(Jwp : 0.8153)

[3 markah] [2003, No.19]

Jawapan :

- 16 Rajah menunjukkan sebuah sektor OPQ dengan pusat O .



Cari [Guna $\pi = 3.142$]

- (a) $\angle POQ$, dalam sebutan π radian,
 (b) perimeter, dalam cm, sektor OPQ .

(Jwp : $\frac{5}{6} \pi$)

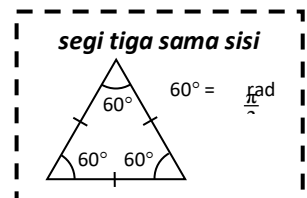
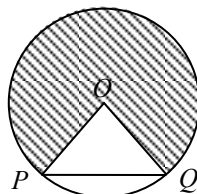
(Jwp : 27.71)

[4 markah] [2013, No.17]

Jawapan :

- (a) (b)

- 17 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O dan jejari $OP = OQ = 3\frac{1}{2}$ cm.



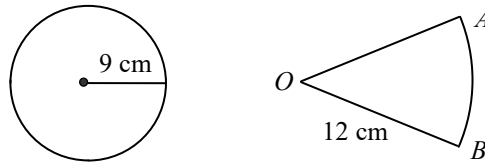
Cari perimeter, dalam cm, kawasan berlerek. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 25.328)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 18 Rajah menunjukkan seutas dawai yang berbentuk bulatan dengan jejari 9 cm dibengkokkan untuk membentuk sebuah sektor AOB dengan pusat O dan berjejari 12 cm.

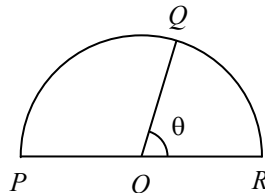


Cari sudut bagi sektor, AOB , dalam radian. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 2.713)
[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 19 Rajah menunjukkan sebuah semibulatan berpusat O dan berjejari 8 cm.



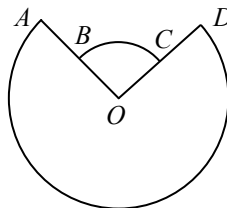
Diberi panjang lengkok PQ sama dengan perimeter minor sektor OQR . Cari nilai θ , dalam radian.
[Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 0.571)
[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

\Rightarrow penyelesaian masalah 2

- 20 Rajah menunjukkan dua buah sektor AOD dan BOC bagi dua bulatan dengan pusat sepunya O .

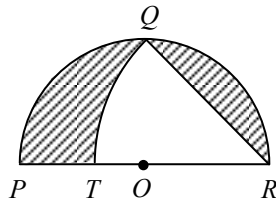


Sudut yang dicangkum pada pusat O oleh lengkok major AD ialah 7α radian dan perimeter seluruh rajah ialah 50 cm. Diberi $OB = r$ cm, $OA = 2OB$ dan $\angle BOC = 2\alpha$, ungkapkan r dalam sebutan α .

(Jwp : $\frac{25}{8\alpha + 1}$)
[3 markah] [2017, No.16]

Jawapan :

- 21 Rajah menunjukkan semibulatan PQR berpusat O dan sektor RTQ dengan pusat R .

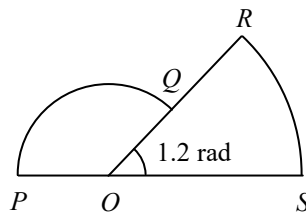


Diberi $OR = 8$ cm, $TR = 12$ cm dan $\angle TRQ = 1.134$ radian. Cari perimeter, dalam cm, kawasan berlorek. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 54.744)
[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 22 Rajah menunjukkan dua sektor bulatan OPQ dan ORS yang berpusat O . POS dan OQR adalah garis lurus.

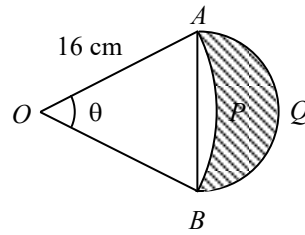


Diberi $OP = 5$ cm, $OS = 2OP$, dan $\angle ROS = 1.2$ rad. Hitung perimeter, dalam cm, seluruh rajah itu. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 41.71)
[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 23 Rajah menunjukkan suatu lengkok APB berpusat O dengan jejari 16 cm dan sebuah semi bulatan AQB , dengan diameter AB .



Diberi bahawa segi tiga AOB ialah segi tiga sama sisi dan $\angle AOB$ ialah θ . Guna $\pi = 3.142$, cari

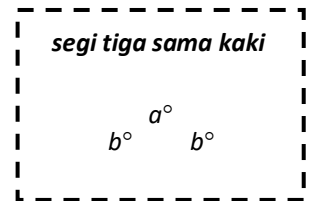
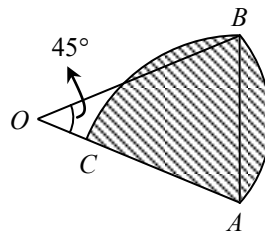
- (a) nilai θ , dalam radian, (Jwp : 1.047)
 (b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek. (Jwp : 41.89)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

- 24 Rajah menunjukkan sebuah sektor AOB berpusat O dan berjejari 10 cm, dan sebuah sektor CBA berpusat A .



Diberi bahawa $\angle BOA = 45^\circ$, cari perimeter, dalam cm, rantau berlorek. [Guna $\pi = 3.142$]

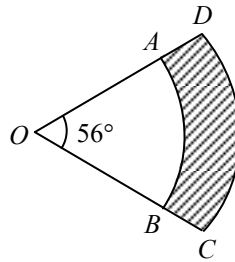
(Jwp : 24.52)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

⇒ penyelesaian masalah 3

- 25 Rajah menunjukkan dua sektor AOB dan COD yang berpusat O .

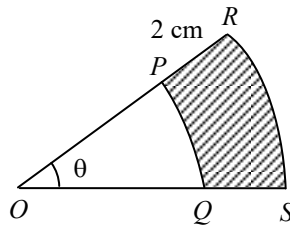


Diberi jejari OA dan OC masing-masing ialah 11 cm dan 15 cm. Jika $\angle AOB$ ialah 56° , cari perimeter, dalam cm, rantau berlorek. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 33.415)
[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

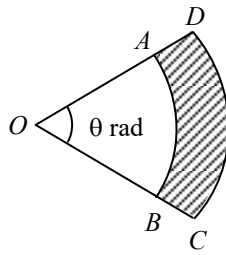
- 26 Rajah menunjukkan dua sektor POQ dan ROS berpusat O .



Diberi $\angle POQ = 0.8$ rad dan $OP = 3PR$. Cari perimeter, dalam cm, rantau berlorek. (Jwp : 15.2)
[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 27 Rajah menunjukkan dua lengkok AB dan CD dengan pusat sepunya O .



Diberi panjang lengkok AB adalah dua kali ganda jejariinya, OB , dan $OC = 15\text{cm}$. Cari

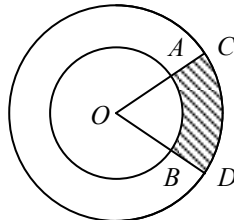
- (a) sudut θ , dalam radian, (Jwp : 2)
 (b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek $ABCD$. (Jwp : 60)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

- 28 Dalam rajah, AB dan CD ialah dua lengkok bagi dua bulatan yang mempunyai pusat yang sama, O .



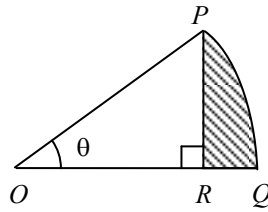
Diberi panjang lengkok AB dan CD masing-masing ialah 13.1 cm dan 23.6 cm . Jika jejari bulatan yang kecil ialah 6 cm , cari perimeter, dalam cm, rantau berlorek $ABCD$. (Jwp : 46.32)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

⇒ penyelesaian masalah 4

- 29 Rajah menunjukkan sektor POQ bagi sebuah bulatan berpusat O .



Diberi bahawa $OR = 8$ cm dan $OP = 10$ cm. Gunakan $\pi = 3.142$, cari

- (a) nilai θ , dalam radian,
 (b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.

(Jwp : 0.6436)

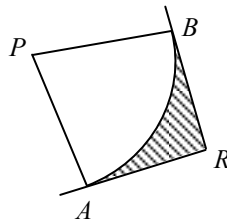
(Jwp : 14.435)

[4 markah] [2011, No.18]

Jawapan :

- (a) (b)

- 30 Dalam rajah, titik A dan B terletak pada lilitan sebuah bulatan berpusat P dan berjari 6 cm.



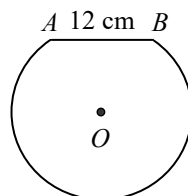
Tangen di titik A dan titik B pada bulatan bertemu di titik R dan $\angle APB = 1.4$ radian. Cari perimeter, dalam cm, kawasan berlorek. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 18.51)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 31 Rajah menunjukkan sebuah bulatan tak lengkap di mana tembereng minornya dipotong dari sebuah bulatan berjari 10 cm.



Diberi bahawa tembereng $AB = 12$ cm. Cari perimeter, dalam cm, seluruh rajah itu.

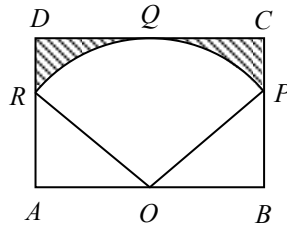
[Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 61.96)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 32 Rajah menunjukkan sebuah sektor $OPQR$ dengan pusat O terletak dalam sebuah segi empat tepat $ABCD$.



Diberi $AB = 20$ cm dan $BC = 15$ cm. Guna $\pi = 3.142$, hitung

- (a) $\angle POR$, dalam radian,
 (b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.

(Jwp : 1.460)

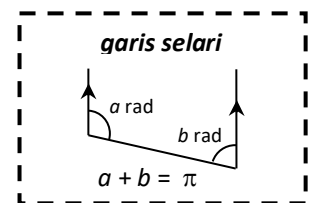
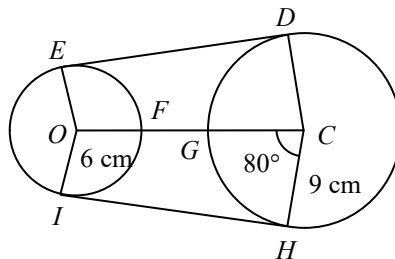
(Jwp : 49.54)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

- 33 Dalam rajah, DE dan HI ialah tangen sepunya kepada dua bulatan yang masing-masing berpusat O dan C .



$OFGC$ ialah garis lurus. Guna $\pi = 3.142$, hitung

- (a) panjang, dalam cm, DE ,
 (b) perimeter, dalam cm, seluruh rajah itu.

(Jwp : 17.01)

(Jwp : 82.197)

[4 markah] [Ramalan]

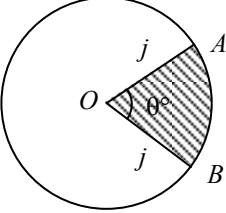
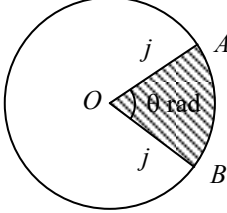
Jawapan :

- (a) (b)

1.3 Luas Sektor suatu Bulatan

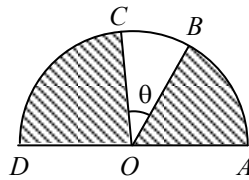
1.3.1 Menentukan : (i) luas sektor, (ii) jejari, dan (iii) sudut tercangkum di pusat bulatan.

34 Lengkapkan setiap yang berikut :

 $\frac{A_{OAB}}{\theta^\circ} = \frac{\pi j^2}{360^\circ}$ $A_{OAB} =$	 $\frac{A_{OAB}}{\theta \text{ rad}} = \frac{\pi j^2}{2\pi \text{ rad}}$ $A_{OAB} =$
--	--

⇒ *selesai 1*

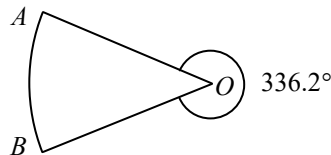
35 Rajah menunjukkan sebuah semi bulatan berpusat O dan berjejari 6 cm.



Diberi θ ialah 0.7 radian, cari luas, dalam cm^2 , rantau berlorek. [Guna $\pi = 3.142$] (Jwp : 43.96)
 [2 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

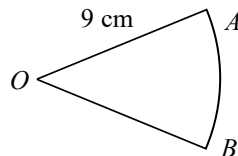
36 Rajah menunjukkan sebuah sektor AOB berpusat O .



Diberi bahawa luas sektor ialah 20 cm^2 , cari panjang, dalam cm, jejari bulatan itu. [Guna $\pi = 3.142$]
 (Jwp : 9.812)
 [2 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

37 Rajah menunjukkan sebuah sektor berpusat O .



Jika luas sektor AOB ialah 36 cm^2 , cari $\angle AOB$, dalam radian.

(Jwp : $\frac{8}{9}$)
 [2 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

⇒ *selesai 2*

38 Seutas dawai yang panjangnya 20 cm digunakan untuk membentuk sebuah sektor bulatan berjejari 6 cm. Cari

(a) sudut sektor itu, dalam radian, (Jwp : 1.333)

(b) luas, dalam cm^2 , sektor itu. (Jwp : 23.99)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a) (b)

39 Seutas dawai dibengkokkan untuk membentuk sebuah sektor bulatan dengan pusat O dan berjejari 6 cm. Jika luas sektor ialah 18 cm^2 , cari panjang, dalam cm, dawai itu. (Jwp : 18)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

40 AB ialah lengkok sebuah bulatan berpusat O . Jika panjang lengkok AB ialah 15 cm dan luas sektor AOB ialah 90 cm^2 . Cari

(a) jejari, dalam cm, sektor itu, (Jwp : 12)

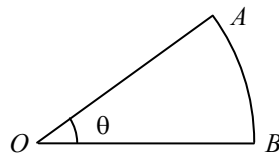
(b) $\angle AOB$, dalam radian. (Jwp : 1.25)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a) (b)

41 Rajah menunjukkan sebuah sektor AOB berpusat O .



Jika luas sektor AOB ialah 1200 cm^2 , dan nisbah panjang lengkok AB kepada jejari ialah $2 : 3$, gunakan $\pi = 3.142$, cari

(a) nilai θ , dalam darjah dan minit, (Jwp : $38^\circ 12'$)

(b) jejari, dalam cm, sektor AOB . (Jwp : 60)

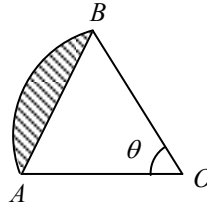
[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a) (b)

1.3.2 Menentukan luas tembereng suatu bulatan.

42 Rajah menunjukkan sebuah sektor OAB dengan pusat O dan jejari 8 cm.



Diberi $OA = OB = AB$, cari [Guna $\pi = 3.142$]

- (a) nilai θ , dalam radian,
- (b) luas rantau berlorek.

(Jwp : 1.047)

(Jwp : 5.791)

[4 markah] [2015, No.18]

Jawapan :

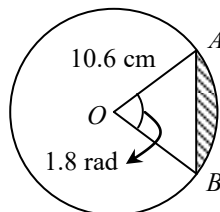
(a)

(b)

MINDA :

	$Luas_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} j^2 \sin \theta$ $Luas_{tembereng} = \frac{1}{2} j^2 (\theta - \sin \theta)$	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$ $luas \Delta = \frac{1}{2} ab \sin \theta$ $\cos \theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ $luas \Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}$
--	---	---

43 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O .



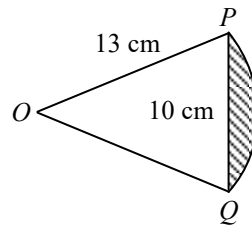
Cari luas, in cm^2 , tembereng berlorek.

(Jwp : 46.414)

[2 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

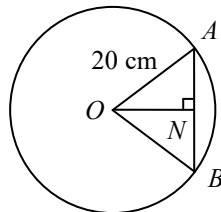
- 44 Rajah menunjukkan sebuah sektor OPQ berpusat O dengan jejari 13 cm.



Diberi $PQ = 10$ cm. Gunakan $\pi = 3.142$, cari luas, dalam cm^2 , tembereng berlorek. (Jwp : 6.722)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 45 Rajah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O dan jejari 20 cm.



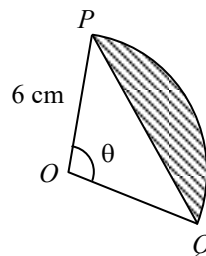
N ialah titik tengah bagi perentas AB dan $ON = 16$ cm. Gunakan $\pi = 3.142$, cari

- (a) $\angle AOB$, dalam radian, (Jwp : 1.287)
(b) luas, dalam cm^2 , tembereng minor. (Jwp : 65.40)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

- 46 Rajah menunjukkan sebuah sektor POQ dengan pusat O .



Diberi panjang lengkok PQ ialah 10 cm. Gunakan $\pi = 3.142$, cari

- (a) nilai θ , dalam radian, (Jwp : $\frac{5}{3}$)
(b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 12.08)
[4 markah] [Ramalan]

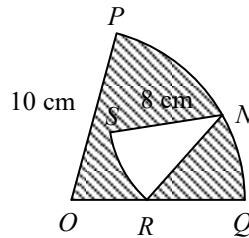
Jawapan :

- (a) (b)

1.3.2 Menyelesaikan masalah yang melibatkan luas sektor.

⇒ penyelesaian masalah 1

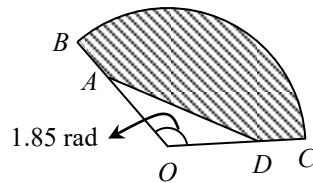
- 47 Rajah menunjukkan sektor OPQ bagi sebuah bulatan berpusat O , dan sektor NRS bagi sebuah bulatan berpusat N .



Diberi $\angle POQ = 1.5$ radian dan $\angle RNS = 0.5$ radian, cari luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 59)
[3 markah] [2010, No.17]

Jawapan :

- 48 Rajah menunjukkan sektor BOC bagi sebuah bulatan berpusat O .



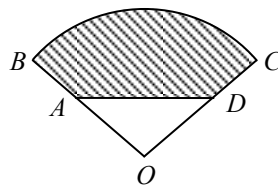
Diberi bahawa $AD = 8$ cm dan $BA = AO = OD = DC = 5$ cm. Cari

- (a) panjang, dalam cm, lengkok BC , (Jwp: 18.5)
 (b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 80.48)
 [4 markah] [2007, No.18]

Jawapan :

- (a) (b)

- 49 Rajah menunjukkan sebuah sektor BOC bagi sebuah bulatan berpusat O .



Diberi bahawa $\angle BOC = 1.42$ radian, dan $OA = AB = OD = DC = 5$ cm. Cari

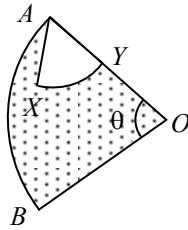
- (a) panjang, dalam cm, lengkok BC , (Jwp : 14.2)
 (b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 58.64)
 [4 markah] [2009, No.12]

Jawapan :

- (a) (b)

⇒ penyelesaian masalah 2

- 50 Rajah menunjukkan sektor OAB berpusat O dan sektor AXY berpusat A .



Diberi $OB = 10$ cm, $AY = 4$ cm, $\angle XAY = 1.1$ radian dan panjang lengkok $AB = 7$ cm, hitung

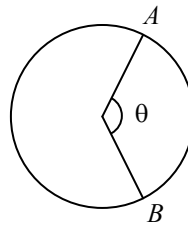
- (a) nilai θ , dalam radian, (Jwp: 0.7)
 (b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 26.2)

[4 markah] [2006, No.16]

Jawapan :

- (a) (b)

- 51 Rajah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O dan jejari 8 cm.



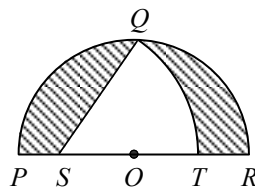
Diberi panjang lengkok minor AB ialah 16cm [Guna $\pi = 3.142$]

- (a) nyatakan nilai θ , dalam radian, (Jwp : 2)
 (b) cari luas sektor major OAB , dalam cm^2 , betul kepada empat angka bererti. (Jwp : 137.1)
 [4 markah] [2016, No.19]

Jawapan :

- (a) (b)

- 52 Rajah menunjukkan sebuah semi bulatan PQR dengan pusat O , dan sebuah sektor QST dengan pusat S .



Jika $\angle QST = 0.9$ rad, $OP = 6$ cm, dan panjang lengkok $QT = 6.3$ cm, Gunakan $\pi = 3.142$, cari

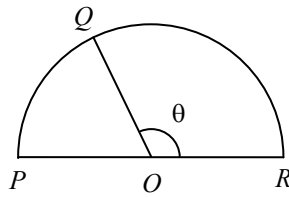
- (a) panjang, dalam cm, ST , (Jwp : 7)
 (b) luas, dalam cm^2 , rantau berlorek. (Jwp : 34.51)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

- 53 Dalam rajah, POR ialah diameter bagi sebuah bulatan dengan pusat O .



Diberi bahawa panjang lengkok RQ sama dengan perimeter sektor POQ , dan jejari bulatan ialah 6 cm. Guna $\pi = 3.142$, cari

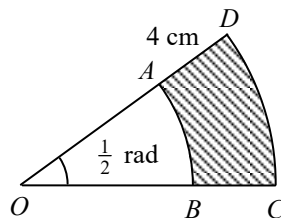
- (a) sudut θ , dalam radian, (Jwp : 2.571)
 (b) luas, dalam cm^2 , sektor minor ROQ . (Jwp : 46.28)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

- 54 Rajah menunjukkan dua sektor AOB dan COD dengan pusat O .



Diberi $BC = AD = 4$ cm dan $\angle AOB = \frac{1}{2}$ radian. Jika perimeter bagi $ABCD$ ialah 16 cm, cari

- (a) panjang, dalam cm, OB , (Jwp : 6)
 (b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlerek. (Jwp : 16)

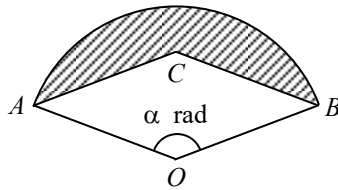
[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

⇒ penyelesaian masalah 3

- 55 Rajah menunjukkan sebuah rombus $OABC$ yang terterap dalam sektor AOB dengan pusat O dan jejari r cm.



Diberi luas sektor AOB ialah 18 cm^2 , ungkapkan

- (a) α dalam sebutan r ,
 (b) perimeter, dalam cm, bagi kawasan berlorek dalam sebutan r .

(Jwp : $\frac{36}{r^2}$)

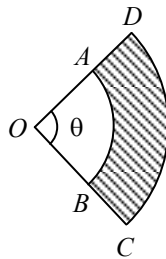
(Jwp : $\frac{2r^2 + 36}{r}$)

[3 markah] [2019, No.12]

Jawapan :

- (a) (b)

- 56 Rajah menunjukkan sektor OAB dan sektor ODC dengan pusat O .



Diberi bahawa $OA = 4 \text{ cm}$, nisbah $OA : OD = 2 : 3$ dan luas kawasan berlorek ialah 11.25 cm^2 . Cari

- (a) panjang, dalam cm, OD ,
 (b) θ , dalam radian.

(Jwp : 6)

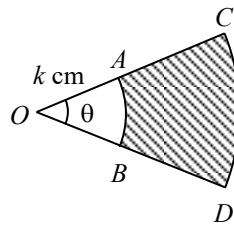
(Jwp : 1.125)

[4 markah] [2012, No.18]

Jawapan :

- (a) (b)

- 57 Rajah menunjukkan sektor OAB dan sektor OCD , dengan pusat O .



Diberi bahawa $\theta = 0.8$ rad, $OA : OC = 1 : 3$, dan luas sektor OAB ialah 40 cm^2 . Gunakan $\pi = 3.142$, cari

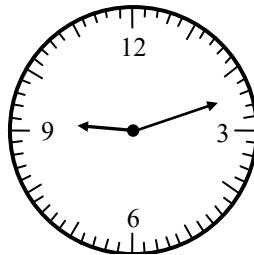
(a) nilai k , (Jwp : 10)

(b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek. (Jwp : 72)
[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a) (b)

- 58 Rajah menunjukkan sebuah dinding jam yang menunjukkan pukul 9.12 am



$$\angle \text{jarum jam} = \frac{\angle \text{jarum minit}}{12}$$

$$\angle \text{jarum minit} = \frac{\angle \text{jarum saat}}{2}$$

Diberi panjang jarum jam dan jarum minit masing-masing ialah 2 cm dan 4 cm. [Guna $\pi = 3.142$]

(a) Cari masa, apabila luas sektor yang disurih oleh jarum minit ialah 30.1632 cm^2 . (Jwp : 9.48 am)

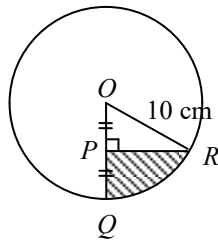
(b) Seterusnya, cari luas sektor, dalam cm^2 , yang disurih oleh jarum jam. (Jwp : 0.6284)
[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a) (b)

⇒ penyelesaian masalah 4

- 59 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O dan berjajari 10 cm.



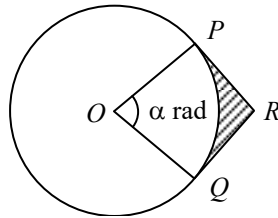
Diberi P , Q dan R adalah titik dengan keadaan $OP = OQ$ dan $\angle OPR = 90^\circ$, gunakan $\pi = 3.142$, cari

- (a) $\angle QOR$, dalam radian, (Jwp : 1.047)
 (b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 30.7)
 [4 markah] [2008, No.18]

Jawapan :

- (a) (b)

- 60 Rajah menunjukkan sebuah bulatan dengan pusat O .



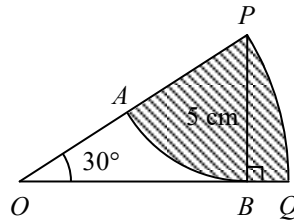
PR dan QR masing-masing adalah tangen kepada bulatan itu pada titik P dan titik Q . Diberi bahawa panjang lengkok minor PQ ialah 4 cm dan $OR = \frac{5}{\alpha}$ cm. Ungkapkan dalam sebutan α

- (a) jejari, r , bulatan itu, (Jwp : $\frac{4}{\alpha}$)
 (b) luas, A , kawasan berlorek. (Jwp : $\frac{12-8\alpha}{\alpha^2}$)
 [4 markah] [2018, No.12]

Jawapan :

- (a) (b)

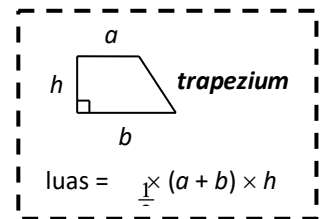
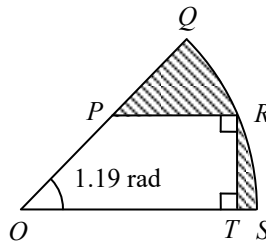
- 61 Rajah menunjukkan sebuah sektor OPQ bagi sebuah bulatan berpusat O , dan sektor APB dengan pusat P .



Diberi A terletak pada OP , B terletak pada OQ dan segi tiga OPB bersudut tegak di B . Hitung luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. [Guna $\pi = 3.142$] (Jwp : 17.62)
[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 62 Rajah menunjukkan sektor OQS bagi sebuah bulatan berpusat O dan berjajari 13 cm. Diberi $OPRT$ ialah sebuah trapezium dengan $OT = 12$ cm dan $PR = 2RT$.

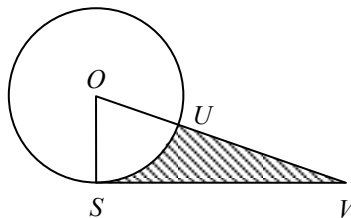


Cari luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 45.56)
[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 63 Rajah menunjukkan keratan rentas sebuah penggelek berbentuk silinder dengan pusat O dan jejari 20 cm yang terletak di atas lantai mengufuk SV . OUV ialah garis lurus yang mewakili pemegang penggelek itu dan $OU : OV = 1 : 3$.

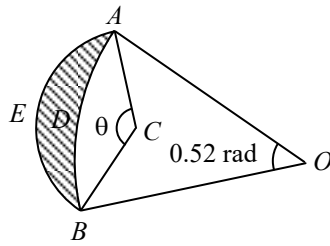


Hitung luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 319.5)
[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 64 Rajah menunjukkan sektor $OADB$ bagi sebuah bulatan berpusat O dan sektor $CAEB$ berpusat C .



Diberi bahawa $OA = 7$ cm dan $CA = 2$ cm. Gunakan $\pi = 3.142$, hitung

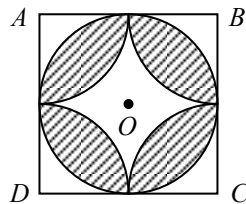
- (a) nilai θ , dalam radian, (Jwp : 2.238)
 (b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 2.338)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

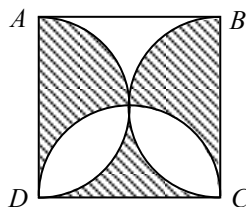
- 65 Rajah menunjukkan sebuah segi empat sama $ABCD$ dengan sisi 10 cm, sebuah bulatan dengan pusat O , dan empat sukuan dengan pusat A, B, C dan D .



Cari luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. Berikan jawapan anda dalam sebutan π . (Jwp : $50\pi - 100$)
[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 66 Rajah menunjukkan sebuah segi empat sama $ABCD$ dengan sisi 10 cm, dan tiga semi bulatan.

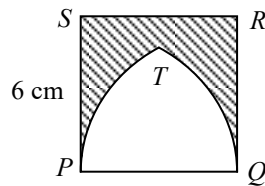


Cari luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. Berikan jawapan anda dalam sebutan π . (Jwp : $100 - 12.5\pi$)
[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

⇒ penyelesaian masalah 3 ~ HOTS

- 67 Rajah menunjukkan pandangan hadapan sebahagian lukisan mural berbentuk segi empat sama pada dinding bangunan sekolah. PT adalah lengkok bulatang dengan pusat Q dan QT adalah lengkok bulatan dengan pusat P .



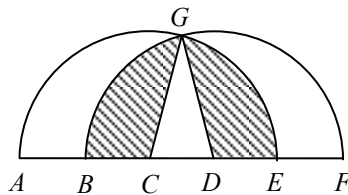
Kawasan berlorek menunjukkan bahagian yang perlu dicat semula. Cheng bersama rakannya bercadang untuk mengecat kawasan itu dengan warna merah. Kira, luas, dalam m, kawasan itu. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 13.89)

[4 markah] [2014, No.20]

Jawapan :

- 68 Rajah menunjukkan dua semi bulatan yang serupa, $ABCDEG$ dan $BCDEFG$, yang masing-masing dengan pusat C dan D .



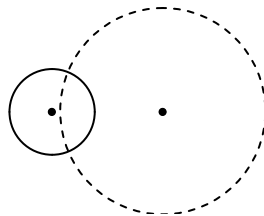
Diberi bahawa semi bulatan tersebut berjejari sama iaitu 8 cm, dan $AB = BC = CD = DE = EF$. Cari luas, dalam cm^2 , rantau yang berlorek. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 53.37)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 69 Kebun Emily mempunyai dua perenjis air yang memancutkan air mengikut lintasan bulatan dengan jejari masing-masing ialah 5 m dan 12 m, seperti yang ditunjukkan dalam rajah.



Diberi bahawa jarak antara kedua-dua perenjis itu ialah 13 m. Cari luas kawasan kebun yang menerima air. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 504.74)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

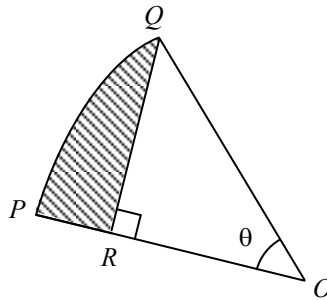
KERTAS 2

⇒ Bahagian A → 6 – 8 markah

1.4 Aplikasi Sukatan Membulat

1.4.1 Menyelesaikan masalah yang melibatkan sukatan membulat.

70 Rajah menunjukkan sebuah sektor POQ , pusat O dan berjejari 10 cm.

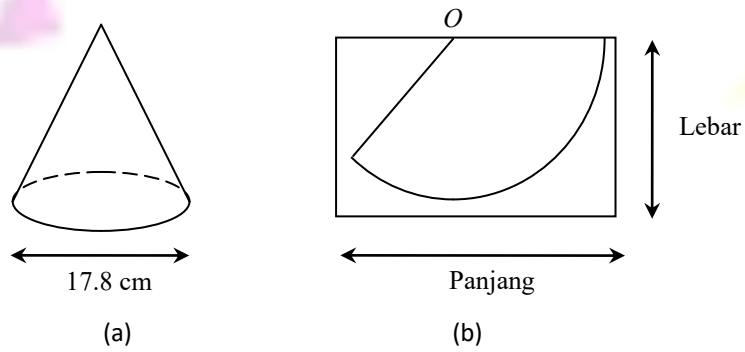


Titik R terletak pada OP dengan keadaan $OR : OP = 3 : 5$. Gunakan $\pi = 3.142$, hitungkan

- (a) nilai θ , dalam rad, (Jwp: 0.9273) [3 markah]
- (b) luas kawasan berlorek, dalam cm^2 . (Jwp: 22.365) [4 markah]
[2003, No.4]

Jawapan :

- 71 Susan ingin menghasilkan topi berbentuk kon seperti yang ditunjukkan dalam rajah (a). Tinggi kon itu ialah 24 cm.



Rajah (b) menunjukkan bentangan kon yang berbentuk sektor bagi sebuah bulatan dengan pusat O yang dilukis di atas sekeping kad berbentuk segi empat tepat. [Guna $\pi = 3.142$]

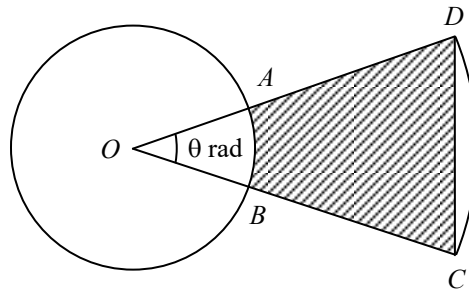
- (a) Hitung nilai minimum, dalam cm, bagi panjang dan lebar kad itu kepada integer terdekat.

(Jwp : panjang = 41, lebar = 26) [5 markah]

- (b) Seterusnya, cari luas, dalam cm^2 , kad yang tidak digunakan. (Jwp : 350.22) [3 markah]
[2015, No.6]

Jawapan :

- 72 Rajah menunjukkan bulatan dan sektor sebuah bulatan dengan pusat sepunya O . Jejari bulatan ialah r cm.



Diberi bahawa panjang lengkok AB dan lengkok CD masing-masing ialah 2cm dan 7 cm. $BC = 10$ cm. [Guna $\pi = 3.142$]

Cari

- (a) nilai r dan nilai θ .
(b) luas, dalam cm^2 , kawasan yang berlorek.

Jwp : $r = 4, \theta = \frac{1}{2}$ [3 markah]

(*Jwp* : 42.984) [5 markah]
[2017, No.3]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 73 Persatuan Matematik SMK Muhibah menganjurkan satu pertandingan mencipta logo untuk persatuan itu.



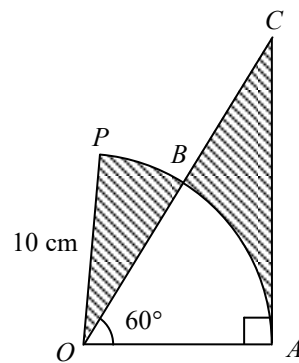
Rajah menunjukkan logo berbentuk bulatan yang dicipta oleh Amar. Ketiga-tiga kawasan berwarna hitam adalah kongruen. Diberi bahawa perimeter bagi kawasan berwarna hitam ialah 20π . [Guna $\pi = 3.142$]

Cari

- (a) jejari, dalam cm, bagi logo itu kepada integer terhampir, (Jwp : 10) [3 markah]
(b) luas, dalam cm^2 , bagi kawasan yang berlorek dengan garis condong. (Jwp : 75.61) [4 markah]
[2018, No.5]

Jawapan :

- 74 Rajah menunjukkan sektor POA dengan pusat O .



Diberi bahawa panjang lengkok PB ialah 2.56 cm. [Guna $\pi = 3.142$]

Hitung

- (a) $\angle POB$ dalam radian,
(b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

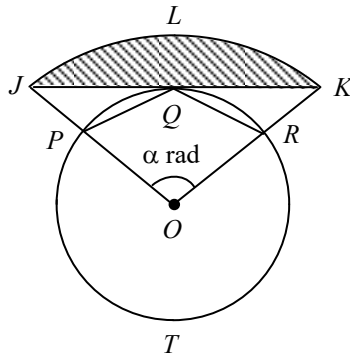
(Jwp : 0.256) [2 markah]

(Jwp : 47.055) [4 markah]
[2019, No.3]

Jawapan :

⇒ **Bahagian B** → 10 markah

- 75 Rajah menunjukkan bulatan $PQRT$, berpusat O dan jejari 5 cm. JQK ialah tangen kepada bulatan itu di Q . Garis lurus, JO dan KO , bersilang dengan bulatan itu masing-masing di P dan R . $OPQR$ ialah sebuah rombus. JKL ialah lengkok sebuah bulatan berpusat O .



Gunakan $\pi = 3.142$, hitungkan

- (a) sudut, α , dalam sebutan π ,
- (b) panjang, dalam cm, lengkok JKL ,
- (c) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

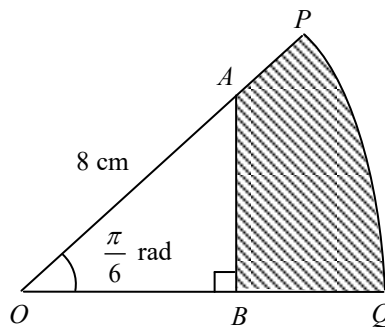
(Jwp: $\frac{2}{3}\pi$) [2 markah]

(Jwp: 20.95) [4 markah]

(Jwp: 61.44) [4 markah]
[2004, No.9]

Jawapan :

- 76 Rajah menunjukkan sektor POQ bagi bulatan berpusat O . Titik A terletak pada OP , titik B terletak pada OQ dan AB berserenjang dengan OQ . Panjang $OA = 8$ cm dan $\angle POQ = \frac{\pi}{6}$ radian.



Diberi bahawa $OA : OP = 4 : 7$. (Gunakan $\pi = 3.142$)

- panjang, dalam cm, AP ,
- perimeter, dalam cm, kawasan berlorek
- luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

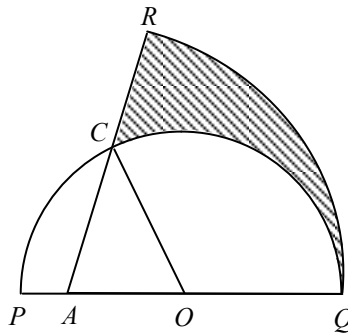
(Jwp: 6) [1 markah]

(Jwp: 24.403) [5 markah]

(Jwp: 37.46) [4 markah]
[2005, No.10]

Jawapan :

- 77 Rajah menunjukkan pelan bagi sebuah taman. PCQ ialah semibulatan berpusat O dan mempunyai jejari 8 m. RAQ ialah sektor bulatan berpusat A dan mempunyai jejari 14 m.

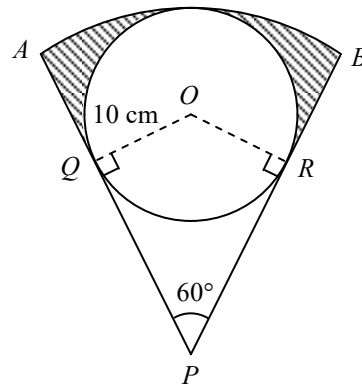


Sektor COQ ialah halaman. Kawasan berlerek ialah tapak pokok bunga dan perlu dipagar $AC = 8$ m dan $\angle COQ = 1.956$ radian. Hitung [Gunakan $\pi = 3.142$]

- (a) luas, dalam m^2 , halaman itu, (Jwp: 62.59) [2 markah]
 (b) panjang, dalam m, pagar yang diperlukan untuk memagari kawasan tapak pokok bunga, (Jwp: 38.25) [4 markah]
 (c) luas, dalam m^2 , kawasan tapak pokok bunga. (Jwp : 31.39) [4 markah]
 [2006, No.10]

Jawapan :

- 78 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O dan berjajari 10 cm terterap dalam sektor APB bagi sebuah bulatan berpusat P . Garis lurus AP dan garis lurus BP adalah tangen kepada bulatan masing-masing di titik Q dan titik R .



Hitung [Guna $\pi = 3.142$]

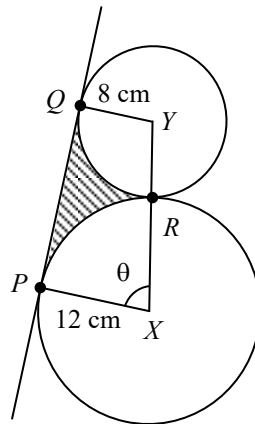
- (a) panjang, dalam cm, lengkok AB ,
(b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

(Jwp : 31.419) [5 markah]

(Jwp : 88.614) [5 markah]
[2007, No.9]

Jawapan :

- 79 Rajah menunjukkan dua bulatan. Bulatan yang lebih besar berpusat X dan berjejari 12 cm. Bulatan yang lebih kecil berpusat Y dan berjejari 8 cm. Kedua-dua bulatan itu bersentuh di titik R . Garis lurus PQ ialah tangen sepunya kepada kedua-dua bulatan itu di titik P dan titik Q .

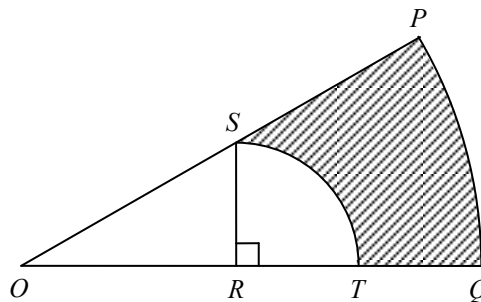


Diberi bahawa $\angle PXR = \theta$ radian, [Guna $\pi = 3.142$]

- (a) tunjukkan bahawa $\theta = 1.37$ (kepada dua tempat perpuluhan) [2 markah]
 (b) hitung panjang, dalam cm, lengkok minor QR , (Jwp : 14.18) [3 markah]
 (c) hitung luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 40.62) [5 markah]
 [2008, No.9]

Jawapan :

- 80 Dalam rajah, POQ ialah sektor sebuah bulatan berpusat O dan berjajari 26 cm. SRT ialah sukuan sebuah bulatan berpusat R dan berjajari 5 cm.



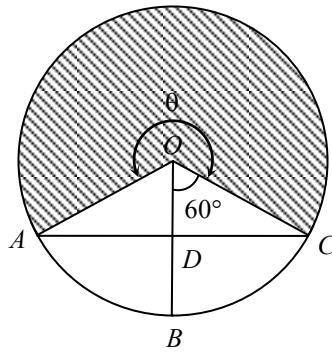
Diberi bahawa S ialah titik tengah OP . Guna $\pi = 3.142$ dan beri jawapan betul kepada dua tempat perpuluhan. Hitung

- | | |
|---|--------------------------|
| (a) $\angle POQ$, dalam radian, | (Jwp : 0.39) [2 markah] |
| (b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek, | (Jwp : 40.00) [4 markah] |
| (c) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. | (Jwp : 82.18) [4 markah] |

[2009, No.10]

Jawapan :

- 81 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat O . D ialah titik tengah bagi AC dan $\angle DOC = 60^\circ$.



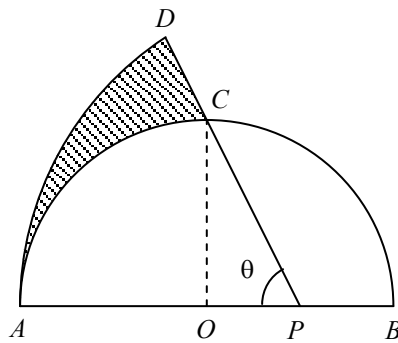
Diberi bahawa luas sektor major OAC ialah $209\frac{7}{15}$ cm^2 . Cari [Guna $\pi = 3.142$]

- | | |
|---|--|
| (a) nilai θ , dalam radian, | (Jwp : $\frac{4}{3}\pi / 4.189$) [1 markah] |
| (b) jejari, dalam cm, bulatan itu, | (Jwp : 10) [2 markah] |
| (c) perimeter, dalam cm, sektor yang berlorek, | (Jwp : 61.89) [4 markah] |
| (d) luas, dalam cm^2 , tembereng ABC . | (Jwp : 61.43) [3 markah]
[2010, No.11] |

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 82 Dalam rajah, $AOBC$ ialah sebuah semi bulatan berpusat O dengan jejari 4 cm. APD ialah sektor bulatan berpusat P dengan jejari 6 cm.

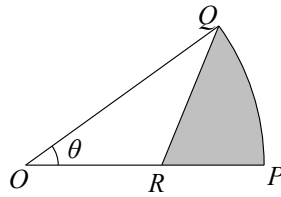


Diberi bahawa OC berserenjang dengan AOB . Hitung [Guna $\pi = 3.142$]

- | | |
|--|--------------------------|
| (a) nilai θ , dalam radian, | (Jwp : 1.107) [2 markah] |
| (b) perimeter, dalam cm, rantau berlorek, | (Jwp : 14.45) [4 markah] |
| (c) luas, dalam cm^2 , rantau berlorek. | (Jwp : 3.358) [4 markah] |

Jawapan :

- 83 Rajah menunjukkan sektor POQ bagi sebuah bulatan berpusat O dengan jejari 16 cm. Titik R terletak pada OP .

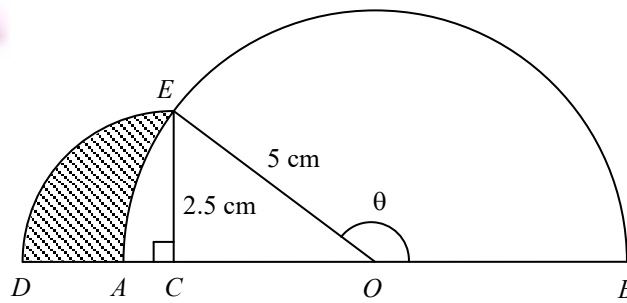


Diberi bahawa $OR = RQ = 10$ cm. Hitung [Guna $\pi = 3.142$]

- (a) nilai θ , dalam radian, betul kepada tiga tempat perpuluhan, (Jwp : 0.644) [2 markah]
(b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek, (Jwp : 26.304) [3 markah]
(c) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 34.40) [5 markah]
[2012, No.9]

Jawapan :

- 84 Rajah menunjukkan semi bulatan AEB , dengan pusat O dan sukuan bulatan DCE , dengan pusat C .

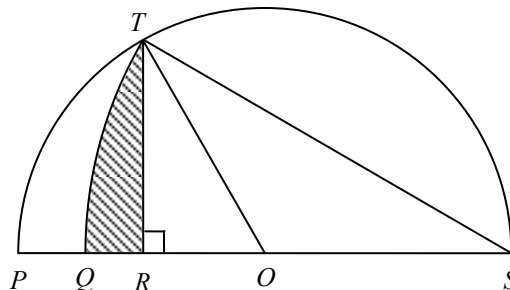


Hitung [Guna $\pi = 3.142$]

- (a) nilai θ , dalam radian, (Jwp : 2.618) [2 markah]
 (b) perimeter, dalam cm, seluruh rajah itu, (Jwp : 28.85) [4 markah]
 (c) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek itu. (Jwp : 3.772) [4 markah]
 [2013, No.11]

Jawapan :

- 85 Rajah menunjukkan semi bulatan PTS dengan pusat O dan jejari 8 cm. QST ialah sektor sebuah bulatan dengan pusat S dan R ialah titik tengah OP .



[Guna $\pi = 3.142$]

Hitung

- (a) $\angle TOR$, dalam radian, (Jwp : 1.047) [2 markah]
 (b) panjang, dalam cm, lengkok TQ , (Jwp : 7.256) [4 markah]
 (c) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 8.684) [4 markah]
 [2014, No.11]

Jawapan :

RAMALAN

⇒ **Bahagian A** → 7 – 8 markah

- 86 Alyanna menerima cenderamata daripada kawannya berupa sebuah kipas kertas dengan reben mengelilingi bahagian luar kertas seperti yang ditunjukkan dalam rajah

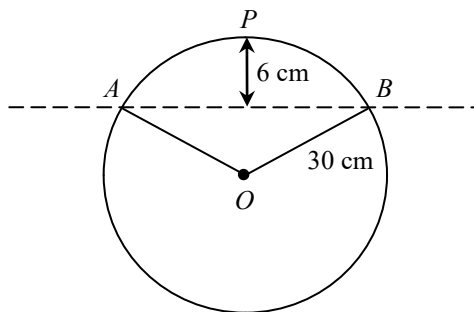


Panjang kipas itu ialah 16 cm. Nisbah panjang di antara bahagian kayu yang terdedah dan kertas ialah 1 : 3. Deva membuka kipas tersebut sebesar 120° . Guna $\pi = 3.142$, cari

- (a) panjang reben di bahagian kertas kipas yang dibuka, (Jwp : 65.894) [3 markah]
- (b) luas kawasan bahagian kertas. (Jwp : 251.36) [3 markah]

Jawapan :

- 87 Rajah menunjukkan keratan rentas sebatang balak yang terapung di permukaan air. Keratan rentasnya ialah sebuah bulatan dengan jejari 30 cm.

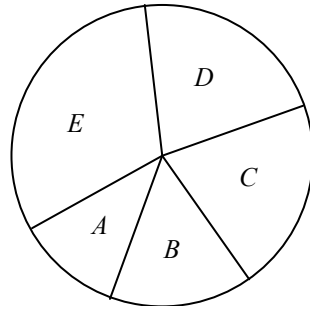


Perentas AB berada pada permukaan air dan titik tertinggi P adalah 6 cm di atas permukaan air. Gunaan $\pi = 3.142$, cari

- (a) minor $\angle AOB$ dalam radian, (Jwp : 1.287) [2 markah]
- (b) panjang lengkok, dalam cm, APB , (Jwp : 38.61) [2 markah]
- (c) luas keratan rentas, dalam cm^2 , di bawah permukaan air. (Jwp : 2680.65) [4 markah]

Jawapan :

- 88 Floria bercadang untuk mencipta permainan yang memerlukan satu cakera berbentuk bulatan. Cakera itu dibahagi kepada lima bahagian seperti yang ditunjukkan dalam rajah.

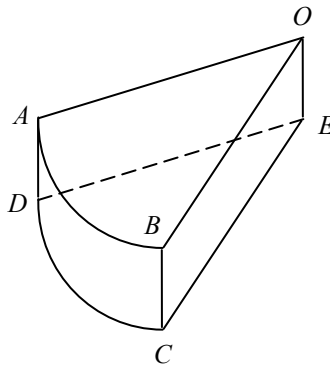


Nisbah luas sektor $A : B : C : D$ ialah $1 : 2 : 4 : 5$. Diberi panjang lengkok sektor E ialah 104.5 cm dengan sudut cakupannya 2.09 rad. Sektor D hendak dicat dengan warna merah. Satu tin cat berwarna merah boleh digunakan untuk mengecat kawasan seluar 600 cm^2 . (Guna $\pi = 3.142$)

- (a) Tentukan bilangan minimum tin cat yang diperlukan oleh Floria untuk mengecat sektor D .
(Jwp : 4) [5 markah]
- (b) Cari perimeter sektor B .
(Jwp : 134.95) [2 markah]

Jawapan :

- 89 Ann Marie mempunyai sebuah kedai kek. Beliau ingin membuat kajian untuk penambahbaikan kedai keknya. Rajah menunjukkan sepotong kek yang keratan rentas seragamnya berbentuk sektor bulatan OAB , berjari 20 cm.



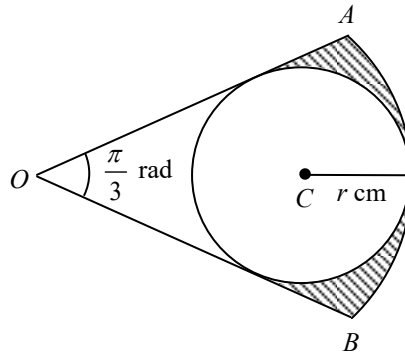
Diberi jumlah luas permukaan kek itu ialah 740 cm^2 dan tebal kek itu ialah 8 cm. Carikan

- (a) sudut sektor itu dalam radian, (Jwp : 0.75) [4 markah]
- (b) perimeter permukaan melengkung kek itu. (Jwp : 46) [2 markah]

Jawapan :

⇒ **Bahagian B** → 10 markah

- 90 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat C dan jejari r cm terkandung dalam sebuah sektor OAB dengan pusat O dan jejari 42 cm.



Diberi $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$ rad. Guna $\pi = 3.142$, cari

- (a) nilai r ,
- (b) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek,
- (c) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

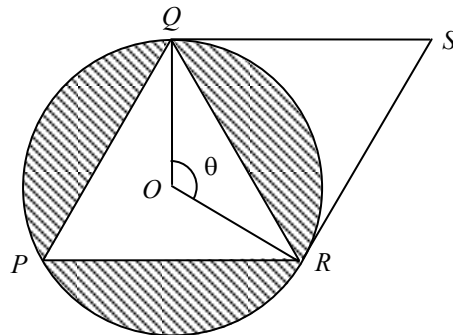
(Jwp : 14) [2 markah]

(Jwp : 138.14) [4 markah]

(Jwp : 173.71) [4 markah]

Jawapan :

- 91 Rajah menunjukkan sebuah bulatan PQR dengan jejari 5 cm. RS dan QS ialah tangen kepada bulatan dan $\angle ROQ = \theta$. Diberi PQR ialah sebuah segi tiga sama sisi.

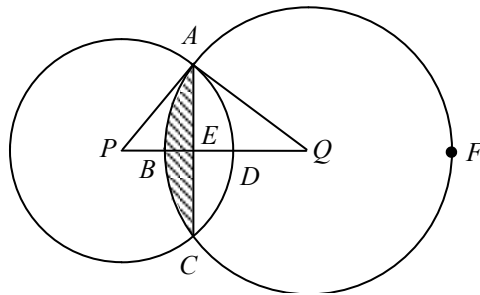


Cari [Guna $\pi = 3.142$]

- | | |
|---|--------------------------|
| (a) nilai θ , dalam darjah, | (Jwp : 120) [1 markah] |
| (b) panjang, dalam, OS , | (Jwp : 10) [2 markah] |
| (c) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek, | (Jwp : 95.66) [4 markah] |
| (d) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek. | (Jwp : 57.40) [3 markah] |

Jawapan :

- 92 Rajah menunjukkan dua bulatan yang masing-masing berpusat P dan Q . $PBEDQ$ ialah garis lurus. PA dan QA ialah tangen kepada bulatan pada titik A .



Diberi $PA = 3$ cm dan $PQ = 5$ cm, cari [Guna $\pi = 3.142$]

- $\angle PQA$, in radian,
- panjang, dalam cm, lengkok AFC ,
- perimeter, dalam cm, PBA .
- luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

(Jwp : 0.6436) [2 markah]

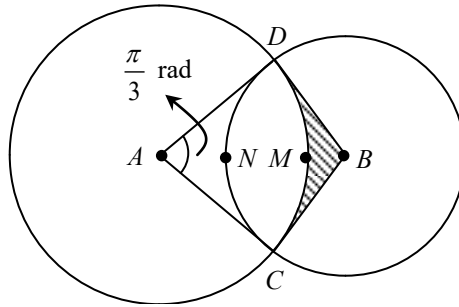
(Jwp : 19.99) [2 markah]

(Jwp : 6.574) [2 markah]

(Jwp : 2.616) [4 markah]

Jawapan :

- 93 Rajah menunjukkan dua bulatan berpusat A dan B yang bersilang antara satu sama lain pada titik C dan D . AC dan AD ialah tangen kepada bulatan berpusat B .



Diberi $AB = 6$ cm dan $\angle CAD = \frac{\pi}{3}$ radian.

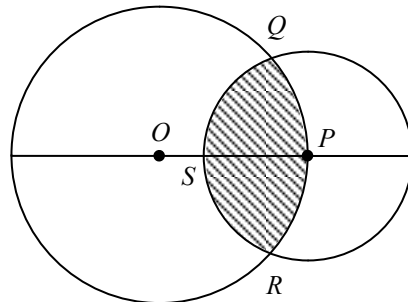
[Guna $\pi = 3.142$. Berikan jawapan anda betul kepada tiga tempat perpuluhan]

- (a) panjang, dalam cm, AC , (Jwp : 5.196) [2 markah]
- (b) panjang, dalam cm, lengkok DNC , (Jwp : 6.285) [4 markah]
- (c) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek, (Jwp : 1.450) [4 markah]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 94 Rajah menunjukkan dua bulatan. Jejari bulatan berpusat O dan P adalah masing-masing 8 cm dan 4 cm. OP ialah garis lurus.



Cari [Guna $\pi = 3.142$]

- (a) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek,
(b) luas, dalam cm^2 , kawasan berlorek.

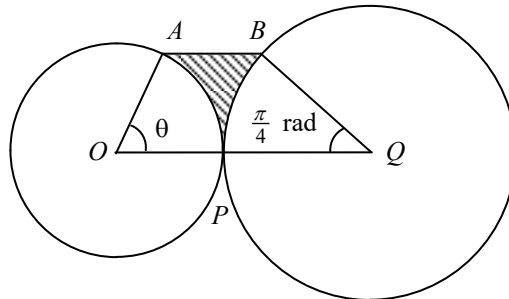
(Jwp : 18.63) [5 markah]

(Jwp : 22.46) [5 markah]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 95 Rajah menunjukkan dua bulatan berpusat O dan Q . Bulatan berpusat O mempunyai jejari 4 cm, manakala bulatan berpusat Q mempunyai jejari 5 cm. Dua bulatan itu menyentuh pada titik P dan OPQ ialah garis lurus. Garis lurus AB adalah selari dengan garis lurus OPQ .



Cari [Guna $\pi = 3.142$]

- (a) nilai θ , dalam radian,
- (b) panjang, dalam cm, AB ,
- (c) perimeter, dalam cm, kawasan berlorek.

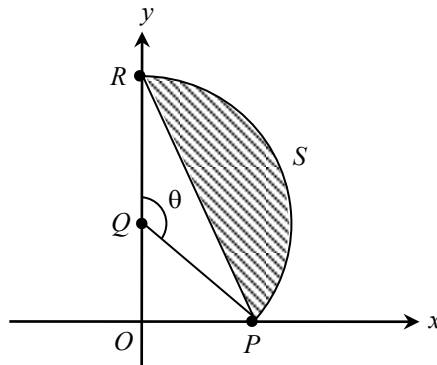
(Jwp : 1.084) [3 markah]

(Jwp : 3.595) [3 markah]

(Jwp : 11.86) [4 markah]

Jawapan :

96 Dalam rajah, $QRSP$ ialah sektor bulatan berpusat Q . Persamaan garis lurus PQ ialah $3x + 4y = 24$.



Cari [Guna $\pi = 3.142$]

- (a) koordinat titik P dan Q ,
- (b) nilai θ , dalam radian,
- (c) perimeter kawasan berlorek,
- (d) luas, dalam unit^2 , kawasan berlorek.

[*Jwp* : $P(8, 0)$, $Q(0, 6)$] [2 markah]

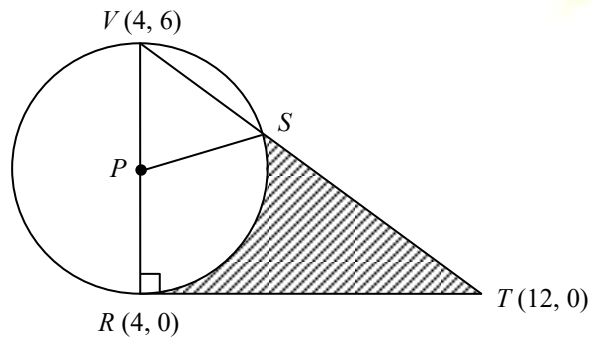
(*Jwp* : 2.215) [2 markah]

(*Jwp* : 40.04) [3 markah]

(*Jwp* : 70.77) [3 markah]

Jawapan :

- 97 Rajah menunjukkan sebuah bulatan berpusat P . RV dan RT masing-masing ialah diameter dan tangen kepada bulatan. Titik S terletak pada lilitan bulatan itu dan VST ialah garis lurus

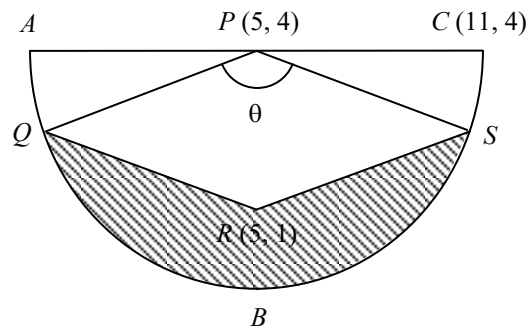


Gunakan $\pi = 3.142$, cari

- (a) persamaan lokus bagi titik $M(x, y)$ yang bergerak pada lilitan bulatan itu, (Jwp : $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$) [3 markah]
- (b) sudut VPS , dalam radian, (Jwp : 1.287) [3 markah]
- (c) luas, dalam unit^2 , kawasan berlorek. (Jwp : 11.33) [4 markah]

Jawapan :

- 98 Rajah menunjukkan sebuah semi bulatan $AQBSC$ dengan pusat P , dan sebuah rombus $PQRS$.

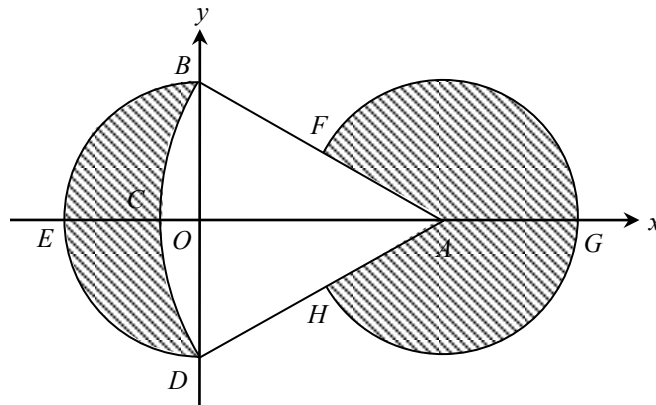


Diberi koordinat titik C , P dan R masing-masing ialah $(11, 4)$, $(5, 4)$ dan $(5, 1)$. Cari

- | | |
|---|----------------------------------|
| (a) jejari semi bulatan itu, | (<i>Jwp</i> : 6) [1 markah] |
| (b) sudut θ , dalam radian, | (<i>Jwp</i> : 2.636) [3 markah] |
| (c) luas, dalam unit^2 , sektor $PQBS$, | (<i>Jwp</i> : 47.45) [2 markah] |
| (d) luas, dalam unit^2 , kawasan berlorek. | (<i>Jwp</i> : 30.02) [4 markah] |

Jawapan :

- 99 Dalam rajah, koordinat titik A , B , dan D masing-masing ialah $(3, 0)$, $(0, 2)$ dan $(0, -2)$.



Diberi $ABCD$ ialah sektor bulatan berpusat A , $OBED$ ialah semi bulatan berpusat O , dan FGH ialah sektor bulatan major berpusat A dengan jejari 2 cm. Gunakan $\pi = 3.142$, cari

- (a) $\angle BAD$, dalam radian, (*Jwp* : 1.176) [2 markah]
 (b) luas, dalam unit^2 , tembereng $BODC$, (*Jwp* : 1.644) [4 markah]
 (c) luas, dalam unit^2 , kawasan berlorek. (*Jwp* : 14.85) [4 markah]

Jawapan :

PEMBEZAAN

- ONE PAGE NOTE (OPN)

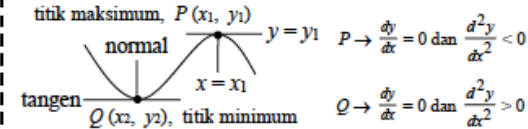
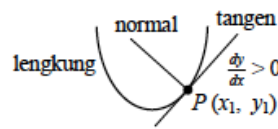
- LEMBARAN KERJA

Encik Hafizi Fazli Bakar

ONE PAGE NOTES
“PEMBEZAAN”

fungsi kecerunan = $\frac{dy}{dx} = f'(x)$

kadar perubahan jejari = $\frac{dj}{dt}$



HAD

- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$
~ jika $f(a)$ tidak tertakrif \rightarrow faktor
- Jika $0 < a < 1 \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a)^n = 0$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ @ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n} = 0$
- jika $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x)$ tidak dapat diperolehi
 \rightarrow bahagi semua sebutan dengan kuasa tertinggi pemboleh ubah dari penyebut

TERBITAN PERTAMA
“PRINSIP PERTAMA”

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x}$$

@

$$f'(x) = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x}$$

« APLIKASI 1 »
PERSAMAAN TANGEN / NORMAL
kepada titik (x_1, y_1) pada suatu lengkung y

- (1) $\frac{dy}{dx} \rightarrow m_1$ (kecerunan / kecerunan tangen)
- (2) $x_1 \rightarrow y_1$
- (3) $y = m_1x + c$ (persamaan tangen)
- (4) $m_1 \times m_2 = -1$ ($m_2 =$ kecerunan normal)
- (5) $y = m_2x + c$ (persamaan normal)

CATATAN :

- tangen // paksi-x \rightarrow kecerunan, $\frac{dy}{dx}, m_1 = 0$
- tangen // suatu garis lurus \rightarrow garis : m_1
- tangen \perp suatu garis lurus \rightarrow garis : m_2
- normal // suatu garis lurus \rightarrow garis : m_2
- normal \perp suatu garis lurus \rightarrow garis : m_1

« APLIKASI 2 »
TITIK PUSINGAN / TITIK PEGUN
(titik minimum / titik maksimum)

- (1) $\frac{dy}{dx}$ titik pusingan (x_1, y_1)
- (2) $\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow x_1 \rightarrow y_1$
- (3) $\frac{d^2y}{dx^2} \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2y}{dx^2} > 0 \text{ [minimum]} \\ \frac{d^2y}{dx^2} < 0 \text{ [maksimum]} \end{array} \right.$

« APLIKASI 3 »
KADAR PERUBAHAN

- (1) $\frac{dy}{dx}$ maklumat tambahan
- (2) $x_1 \rightarrow y_1$
- (3) diberi $\frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \times \frac{dx}{dt}$
diberi $\frac{dy}{dt} \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dy} \times \frac{dy}{dt}$

« APLIKASI 4 »
PERUBAHAN KECIL

- (1) $\frac{dy}{dx}$ maklumat tambahan
- (2) $x_1 \rightarrow y_1$
- (3) tentu δx @ δy
- (4) $\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{dy}{dx}$
- (5) $y_{\text{baru}} = y_1 + \delta y$
- (6) $\% \delta y = \frac{\delta y}{y_1} \times 100$

TERBITAN PERTAMA
“RUMUS 1”

$y = f(x) \xrightarrow{\text{terbitan pertama}} \frac{dy}{dx} = f'(x) \xrightarrow{\text{terbitan kedua}} \frac{d^2y}{dx^2} = f''(x)$

$\frac{d}{dx}(k) = 0$	$\frac{d}{dx}(kx^n) = (nk)x^{n-1}$	$\frac{d}{dx}[k(ax+b)^n] = (nk)(ax+b)^{n-1}(a)$
$\frac{d}{dx}(kx) = k$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{k}{x^n}\right) = \frac{-nk}{x^{n+1}}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{k}{(ax+b)^n}\right) = \frac{-nk(a)}{(ax+b)^{n+1}}$

CONTOH 1 :

$$y = 3x^4 - \frac{x}{5} + 8$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = 12x^3 - \frac{1}{5}$$

$$\rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 36x^2$$

CONTOH 2 :

$$f(x) = (3x-2)^5 + \frac{3}{x^2}$$

$$\rightarrow f'(x) = 5(3x-2)^4(3) - \frac{6}{x^3}$$

$$\rightarrow f''(x) = 60(3x-2)^3(3) + \frac{18}{x^4}$$

TERBITAN PERTAMA
“RUMUS 2”

$y = uv$

$$\frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

$y = \frac{u}{v}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$y(u)$ & $u(x)$
petua rantai

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

TOPIK 2 : PEMBEZAAN
[1 – 3 soalan → 4 – 7 markah]

2.1 Had dan hubungannya dengan pembezaan

2.1.1 Menyiasat dan menentukan nilai had suatu fungsi apabila pemboleh ubah menghampiri sifar.

⇒ had 1 ~ penggantian secara langsung

1 Cari nilai bagi :

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} (7 - x^2),$ [1 markah] [2018, No.5a]

(b) $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{1+n}{n},$ [1 markah] [Ramalan]

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3k}{kx + 2k}.$ [1 markah] [Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

(c)

2 Cari nilai bagi :

(a) $\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{10 - 3x},$ [1 markah]

(b) $\lim_{n \rightarrow 4} \frac{5 - \sqrt{n}}{n + 2},$ [1 markah]

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}.$ [1 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

(c)

MINDA :

• $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a),$ dengan keadaan $f(a) \neq \frac{0}{0}$

~ jika $f(a) = \frac{0}{0} \rightarrow$ pefaktoran

\rightarrow merasionalkan pengangka @ penyebut fungsi itu

⇒ had 2 ~ pemfaktoran, merasionalkan pengangka @ penyebut fungsi itu

3 Cari nilai bagi :

(a) $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{4-n^2}{2-n}$, (Jwp : 4) [2 markah]

(b) $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{n^2-3n}{2n-6}$. (Jwp : $\frac{3}{2}$) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a) (b)

4 Cari nilai bagi :

(a) $\lim_{n \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2n^2 + 5n - 3}{2n - 1}$, (Jwp : $3\frac{1}{2}$) [2 markah]

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x^2 - 5x - 3}$. (Jwp : $\frac{2}{7}$) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a) (b)

5 (a) Diberi bahawa $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - k}{hx - 15} = \frac{6}{5}$, cari nilai bagi h dan k . (Jwp : $h = 5, k = 9$) [3 markah]

(b) Diberi $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x + h}{kx + 6} = -2$, cari nilai bagi $h + k$. (Jwp : -1) [3 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a) (b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

6 Cari nilai bagi :

(a) $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sqrt{n+1} - 1}{n}$,

(Jwp : $\frac{1}{2}$) [2 markah]

(b) $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{n+3} - 2}{n-1}$.

(Jwp : $\frac{1}{4}$) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

7 Cari nilai bagi :

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x+9}}$,

(Jwp : -12) [2 markah]

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 - 5x + x^2}{2 - \sqrt{x+1}}$.

(Jwp : -4) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

\Rightarrow had 3

8 Cari nilai bagi :

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (0.5)^n$,

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{5}\right)^n$.

Jawapan :

(a)

(b)

MINDA :

- jika $-1 < a < 1 \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (a)^n = 0$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{\infty}{\infty} \sim$ had tidak dapat diperolehi \rightarrow bahagi setiap sebutan dalam $f(x)$ dengan kuasa tertinggi x

NOTA : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ @ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a}{x} = 0$

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

\Rightarrow had 4 ~ had tidak dapat diperolehi \rightarrow bahagi setiap sebutan dalam $f(x)$ dengan kuasa tertinggi x

9 Cari nilai bagi :

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{6+n}$,

[1 markah]

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{5-n}$.

(Jwp : -3) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

10 Cari nilai bagi :

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n^2}{3+2n^2}$.

(Jwp : $\frac{1}{2}$) [2 markah]

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n + 1}{4n^2 + 5n^3 + 1}$.

(Jwp : $\frac{2}{5}$) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

\Rightarrow kewujudan had

11 Fungsi f ditakrifkan oleh, $f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{x+3}, & 0 \leq x < 1 \\ 1+ax^2, & x \geq 1 \end{cases}$

(a) Diberi bahawa $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ wujud, cari nilai a .

(Jwp : $-\frac{5}{4}$) [2 markah]

(b) Dengan nilai a ini, tentukan sama ada f berterusan pada $x = 1$.

[1 markah]
[Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

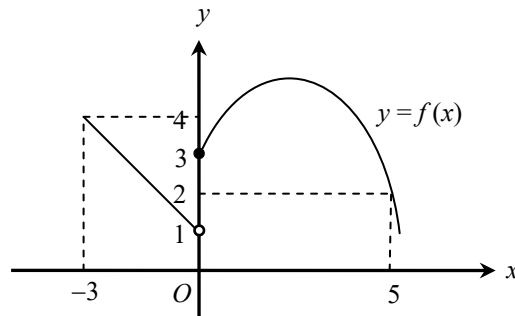
12 Fungsi f ditakrifkan oleh, $f(x) = \begin{cases} x + a, & x \leq -2 \\ bx^2 + 1, & -2 < x \leq 1 \\ 3x + 1, & x > 1 \end{cases}$

Jika $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ dan $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ wujud, cari nilai bagi a dan b . (Jwp : $a = 15, b = 3$) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

13 Rajah menunjukkan sebahagian daripada graf fungsi $y = f(x)$.



Berdasarkan graf :

- (a) Cari
- (i) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$, [1 markah]
 - (ii) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$. [1 markah]
- (b) (i) Cari $f(0)$. [1 markah]
- (ii) Tentukan sama ada $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ wujud. Beri sebab untuk jawapan anda. [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

- (a) (i)
- (ii)
- (b) (i)
- (ii)

MINDA :

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ wujud jika dan hanya jika $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \rightarrow f$ adalah berterusan pada $x = a$

2.1.2 Menentukan terbitan pertama suatu fungsi $f(x)$ melalui pembedaan dengan prinsip pertama .

14 Diberi $y = \frac{1}{4}x^2$. Cari $\frac{dy}{dx}$ dengan menggunakan prinsip pertama.

(Jwp : $\frac{1}{2}x$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

15 Cari terbitan pertama $y = \frac{4}{x}$ dengan menggunakan prinsip pertama.

(Jwp : $-\frac{4}{x^2}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 16 Cari terbitan pertama $y = \frac{3}{x^2} + 5x$ dengan menggunakan prinsip pertama. (Jwp : $\frac{dy}{dx} = -\frac{6}{x^3} + 5$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 17 Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dengan keadaan sesaran zarah-zarah itu dari titik tetap O ialah s m. Zarah itu mula bergerak dari titik A dengan $s(t) = 3t^2 - 2t + 5$ dengan keadaan t ialah masa, dalam saat. Dengan menggunakan prinsip pertama, cari halaju zarah itu apabila $t = 3$.

(Jwp : $\frac{dy}{dx} = 6x - 2, 16$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MINDA :

$$\bullet \frac{dy}{dx} = \text{had}_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x} \quad @ \quad f'(x) = \text{had}_{\delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \delta x) - f(x)}{\delta x}$$

- Kecerunan lengkung juga dikenali sebagai “*kecerunan tangen*”

2.2 Pembezaan Peringkat Pertama

2.2.1 Menerbitkan rumus terbitan pertama secara induktif bagi fungsi $y = ax^n$, a pemalar dan n integer.

18 Lengkapkan setiap yang berikut :

$\frac{d}{dx} (a) = 0$	$\frac{d}{dx} (ax) = k$	$\frac{d}{dx} (ax^n) = (an)x^{n-1}$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{a}{x^n} \right) = \frac{-an}{x^{n+1}}$
$y = 1 \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$y = x \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$y = x^2 \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) =$
$y = 2 \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$y = 2x \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$y = 2x^3 \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{3}{x^2} \right) =$
$y = -3 \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$y = -3x \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$y = -\frac{3x^4}{7} \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$\frac{d}{dx} \left(-\frac{4}{x^3} \right) =$
$y = -\frac{1}{5} \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$y = \frac{x}{8} \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$y = \frac{1}{5}\sqrt{x} \rightarrow \frac{dy}{dx} =$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} \right) =$

2.2.2 Menentukan terbitan pertama bagi suatu fungsi algebra.

19 (a) Diberi bahawa $y = \frac{2}{3}x^6 - \frac{x^4}{2} + \frac{1}{5}$, cari $\frac{dy}{dx}$. (Jwp : $4x^5 - 2x^3$)

(b) Diberi bahawa $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 7x$, cari $f'(x)$. (Jwp : $2x^3 - 7$)

Jawapan :

(a) (b)

20 (a) Diberi bahawa $y = 2x + \frac{2}{x}$, cari $\frac{dy}{dx}$. (Jwp : $2 - \frac{2}{x^2}$)

(b) Diberi bahawa $f(x) = \frac{1}{2x^3} - \frac{1}{x^2} + 3$, cari $f'(x)$. (Jwp : $-\frac{3}{2x^4} + \frac{2}{x^3}$)

Jawapan :

(a) (b)

21 (a) Diberi bahawa $f(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}} - 5$, cari $f'(x)$. (Jwp : $\frac{3}{4\sqrt{x}} - \frac{2}{3x^{\frac{4}{3}}}$)

(b) Diberi bahawa $y = \frac{x^3 - 5}{x^2}$, cari $\frac{dy}{dx}$. (Jwp : $1 + \frac{10}{x^3}$)

Jawapan :

(a) (b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

22 (a) Bezakan $(3x^2 - 1)(7x^3 - 4)$ terhadap x . (Jwp : $105x^4 - 24x - 21x^2$)

(b) Bezakan $x(\sqrt{x} + 9x + 2)$ terhadap x . (Jwp : $\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + 18x + 2$)

Jawapan :

(a) (b)

23 (a) Cari $\frac{d}{dx} \left(2 + \frac{1}{x^2} \right)^2$. (Jwp : $-\frac{8}{x^3} - \frac{4}{x^5}$)

(b) Cari $\frac{d}{dx} \left(\frac{(2 + \sqrt{x})(2 + x^2)}{\sqrt{x}} \right)$. (Jwp : $-\frac{2}{x^{\frac{3}{2}}} + 3\sqrt{x} + 2x$)

Jawapan :

(a) (b)

24 (a) Diberi bahawa $r^3h = 216$, cari $\frac{dh}{dr}$. (Jwp : $-\frac{648}{r^4}$)

(b) Diberi bahawa $3x^2 - x + 4xy = 0$, cari $\frac{dy}{dx}$. (Jwp : $-\frac{3}{4}$)

Jawapan :

(a) (b)

25 Diberi bahawa fungsi $f(x) = hx^3 + \frac{k}{x^2}$ mempunyai fungsi kecerunan $f'(x) = 2x^2 - \frac{64}{x^3}$, dengan keadaan a dan b adalah pemalar. Cari nilai h dan k . (Jwp : $h = \frac{2}{3}, k = 32$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

2.2.3 Menentukan terbitan pertama fungsi gubahan.

26 Lengkapkan setiap yang berikut :

$\frac{d}{dx} [k(ax+b)^n] = (nk)(ax+b)^{n-1}(a)$	$\frac{d}{dx} \left[\frac{k}{(ax+b)^n} \right] = \frac{(-nk)(a)}{(ax+b)^{n+1}}$
$\frac{d}{dx} [(x-5)^2] =$	$\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{x-5} \right] =$
$\frac{d}{dx} [2(3x+5)^3] =$	$\frac{d}{dx} \left[\frac{2}{(3x+5)^2} \right] =$
$\frac{d}{dx} [-3(2-x)^4] =$	$\frac{d}{dx} \left[-\frac{3}{(2-x)^3} \right] =$
$\frac{d}{dx} \left[-\frac{2}{7}(2-3x)^5 \right] =$	$\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\sqrt{x^3-5x}} \right] =$

27 Bezakan setiap yang berikut terhadap x dengan menggunakan “petua rantai” :
[bandingkan dengan jawapan di soalan 26]

(a) $y = -3(2-x)^4$

(b) $y = \frac{2}{(3x+5)^2}$

Jawapan :

(a)

(b)

28 Diberi bahawa $f(x) = \frac{3}{2(x^2+4)^3}$, nilaikan $f'(-1)$.

(Jwp : $\frac{9}{625}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

29 Diberi bahawa $y = \sqrt{5-2x}$. Cari nilai $\frac{dy}{dx}$ apabila $y = 2$.

(Jwp : $-\frac{1}{2}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

30 Diberi $y = \frac{2}{3}u^7$, dengan keadaan $u = 3x - 5$. Find $\frac{dy}{dx}$ dalam sebutan x .

[Jwp : $14(3x - 5)^6$]

[3 markah] [2006, No.18]

Jawapan :

31 Diberi $x = t^2 + 3$ dan $\frac{dy}{dt} = 14t^3$, cari

(a) $\frac{dx}{dt}$,

(b) $\frac{dy}{dx}$, dalam sebutan x .

[Jwp : $7(x - 3)$]

[4 markah] [2014, No.18]

Jawapan :

(a)

(b)

MINDA :

$$y(u) \sim y \text{ dalam sebutan } u \quad \text{dan} \quad u(x) \sim u \text{ dalam sebutan } x \quad \begin{array}{c} \text{petua} \\ \text{rantai} \end{array} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

2.2.4 Menentukan terbitan pertama bagi suatu fungsi yang melibatkan hasil darab dan hasil bahagi ungkapan algebra.

⇒ *petua hasil darab*

32 Bezakan $3x^2(2x-5)^4$ terhadap x .

[Jwp : $\frac{dy}{dx} = 6x(6x-5)(2x-5)^3$]

[3 markah] [2004, No.20]

Jawapan :

33 Cari kecerunan lengkung $y = x\sqrt{x^2+3}$ apabila $x = 1$.

(Jwp : $\frac{5}{2}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

34 Diberi bahawa $f(x) = (2x-3)^2(5x+1)^3$, nilaikan $f'\left(\frac{1}{2}\right)$.

(Jwp : 392)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MINDA :

petua hasil darab $y = uv \rightarrow \frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$ @ $\frac{d}{dx}(uv) = uv' + vu'$, dengan keadaan u dan v dalam sebutan x

⇒ *petua hasil bahagi*

35 Diberi $h(x) = \frac{7x^2 + 8}{1 - 6x}$, cari nilai $h'(1)$.

(Jwp : 0.8)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

36 Diberi bahawa $f(x) = \frac{\sqrt{7-3x}}{2-x}$, cari nilai $f'(1)$.

(Jwp : $\frac{5}{4}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

37 Diberi bahawa $\frac{d}{dx} \left(\frac{2x-5}{x+3} \right) = \frac{k}{(x+3)^2}$, dengan keadaan k ialah pemalar. Cari nilai k . (Jwp : 11)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MINDA :

$$\textit{petua hasil bahagi} \sim y = \frac{u}{v} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2} \quad @ \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v} \right) = \frac{vu' - uv'}{v^2},$$

dengan keadaan u dan v dalam sebutan x

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

38 Diberi bahawa $\frac{x^2}{y} = 48 + x$, cari $\frac{dy}{dx}$.

[Jwp : $\frac{x(96+x)}{(48+x)^2}$]

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

39 Diberi bahawa $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{12}$, cari $\frac{dv}{du}$.

[Jwp : $-\frac{144}{(u-12)^2}$]

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

40 Diberi bahawa $y = \frac{x-2}{5+x^2}$, cari $\frac{dy}{dx}$. Seterusnya, cari julat nilai x dengan keadaan semua nilai y dan

$\frac{dy}{dx}$ adalah negatif.

(Jwp : $x < -1$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

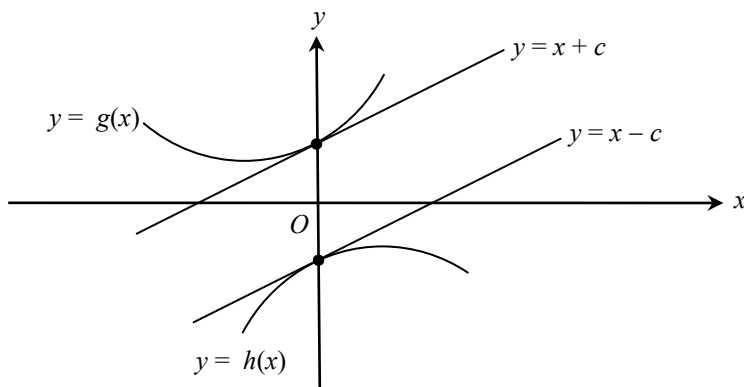
- 41 Diberi bahawa $f(x) = \frac{4x-3}{x^2+1}$, cari julat nilai x dengan keadaan $f(x)$ dan $f'(x)$ adalah positif.

(Jwp : $\frac{3}{4} < x < 2$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 42 Rajah menunjukkan dua lengkung $y = h(x)$, $y = g(x)$ dan garis tangent kepada setiap lengkung itu apabila $x = 0$.



Diberi bahawa $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$, cari $f'(0)$ dalam sebutan c .

(Jwp : $\frac{2}{c}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

2.3 Pembezaan Peringkat Kedua

2.3.1 Menentukan terbitan kedua bagi fungsi algebra.

43 Diberi $h(x) = \frac{1}{(3x-5)^2}$, nilaikan $h''(1)$.

(Jwp: $\frac{27}{8}$)

[4 markah] [2005, No.19]

Jawapan :

44 Diberi fungsi $h(x) = kx^3 - 4x^2 + 5x$, cari

(a) $h'(x)$,

(b) nilai k jika $h''(1) = 4$.

(Jwp : 2)

[4 markah] [2012, No.19]

Jawapan :

(a)

(b)

45 Cari nilai bagi $f''(2)$ jika $f'(x) = 2x^3 - 4x + 3$.

(Jwp : 20)

[3 markah] [2018, No.5b]

Jawapan :

- 46 Diberi bahawa $y = 3x - \frac{2}{x}$. Tunjukkan bahawa $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$.

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 47 Diberi bahawa $y = x^2 - 4x + 1$. Selesaikan persamaan $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y = 2x + 1$. (Jwp : $2, \frac{8}{3}$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

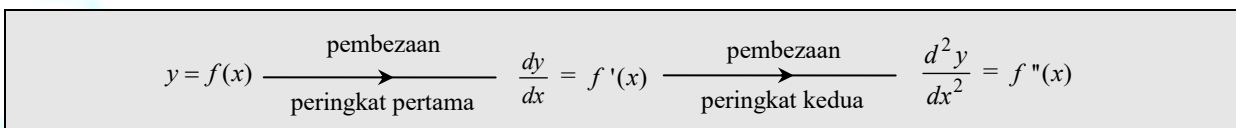
- 48 Diberi bahawa $y = \frac{2x+1}{x-4}$. Selesaikan persamaan $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 0$.

(Jwp : 6)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MINDA :



2.4 Aplikasi Pembezaan

- 2.4.1 Mentafsir kecerunan tangen kepada satu lengkung pada titik-titik yang berlainan.
- 2.4.2 Menentukan persamaan tangen dan normal kepada satu lengkung pada suatu titik.
- 2.4.3 Menyelesaikan masalah yang melibatkan tangen dan normal.

⇒ *kecerunan tangen / persamaan tangen kepada sesuatu titik pada suatu lengkung*

- 49 Suatu lengkung $y = f(x)$ adalah dengan keadaan $\frac{dy}{dx} = 3kx + 5$, k ialah pamalar. Kecerunan lengkung itu di $x = 2$ ialah 9. Cari nilai k . (Jwp: $\frac{2}{3}$)

[2 markah] [2007, No.19]

Jawapan :

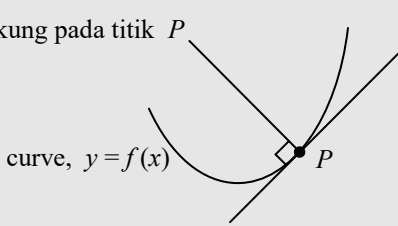
- 50 Kecerunan tangen kepada lengkung $y = x^2(2 + px)$ di $x = -2$ ialah 7. Cari nilai p . (Jwp : $\frac{5}{4}$)

[3 markah] [2012, No.20]

Jawapan :

MINDA :

normal kepada lengkung pada titik P *tangen* kepada lengkung pada titik P

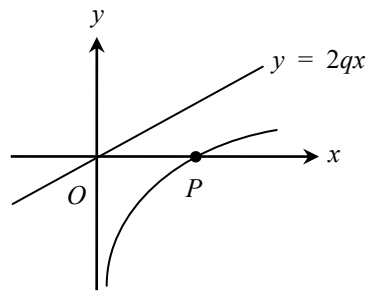


curve, $y = f(x)$

- persamaan tangen / normal kepada titik (x_1, y_1) pada suatu lengkung $y = f(x)$

<p>(1) $\frac{dy}{dx} \rightarrow m_1$ (kecerunan / kecerunan tangen)</p> <p>(2) $x_1 \leftrightarrow y_1$</p> <p>(3) $y = m_1x + c$ (persamaan tangen)</p> <p>(4) $m_1 \times m_2 = -1$ ($m_2 =$ kecerunan normal)</p> <p>(5) $y = m_2x + c$ (persamaan normal)</p>	<p>NOTA :</p> <ul style="list-style-type: none"> • tangen // paksi-x \rightarrow kecerunan, $\frac{dy}{dx}, m_1 = 0$ • tangen // suatu garis lurus \rightarrow garis : m_1 • tangen \perp suatu garis lurus \rightarrow garis : m_2 • normal // suatu garis lurus \rightarrow garis : m_2 • normal \perp suatu garis lurus \rightarrow garis : m_1
--	--

- 51 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = \frac{2x-6}{x+2}$ dan satu garis lurus.



Diberi bahawa garis lurus itu selari dengan tangen kepada lengkung itu pada titik P . Cari nilai q .

(Jwp : $\frac{1}{5}$)

[4 markah] [2016, No.7]

Jawapan :

- 52 Kecerunan kepada lengkung $y = \frac{a}{x} + bx^2$ pada titik $(3, 6)$ ialah 7. Cari nilai a dan nilai b .

(Jwp : $a = -9, b = 1$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 53 Cari koordinat titik pada lengkung $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 1$ di mana tangen kepada lengkung adalah berserenjang dengan garis lurus $2y = x + 4$.

[Jwp : (3, 4)]
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 54 Persamaan suatu lengkung ialah $y = 3x^2 - kx + 2$, dengan k ialah pemalar. Tangen kepada lengkung pada titik di mana $x = 2$ melalui titik (5, 5). Cari nilai k .

(Jwp : 9)
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 55 Cari persamaan tangen kepada lengkung $y = 3x^2 - 2x + 1$ yang selari dengan paksi-x.

(Jwp : $y = \frac{2}{3}$)
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 56 Diberi persamaan suatu lengkung ialah $xy = 12$. Cari persamaan tangen kepada lengkung itu apabila $x = 2$.
(Jwp : $y = -3x + 12$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 57 Tangen kepada lengkung $y = \sqrt{1+2x}$ pada titik $P(4, 3)$ bersilang paksi-x pada titik Q .
Cari jarak PQ .
(Jwp : $3\sqrt{10}$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 58 Tangen kepada lengkung $y = ax^3 + bx + 2$ di $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ adalah selari dengan normal kepada lengkung $y = 4 + 6x + x^2$ di $(-2, -4)$. Cari nilai a dan b .
(Jwp : $a = \frac{1}{2}, b = -2$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

\Rightarrow *kecerunan normal / persamaan normal kepada sesuatu titik pada suatu lengkung*

- 59 Titik P terletak pada lengkung $y = (x - 5)^2$. Diberi bahawa kecerunan normal pada P ialah $-\frac{1}{4}$. Cari koordinat P .

[Jwp : (7, 4)]

[3 markah] [2006, No.17]

Jawapan :

- 60 Garis normal kepada lengkung $y = x^2 - 5x$ pada titik P adalah selari dengan garis lurus $y = -x + 12$. Cari persamaan garis normal kepada lengkung itu pada titik P .

(Jwp : $y = -x - 3$)

[4 markah] [2008, No.20]

Jawapan :

- 61 Titik $P(1, -5)$ terletak pada lengkung $y = 3x^2 - 8x$. Cari

(a) kecerunan tangen kepada lengkung itu di titik P ,

(Jwp : -2)

(b) persamaan normal kepada lengkung itu di titik P .

(Jwp : $\frac{1}{2}x - \frac{11}{2}$)

[4 markah] [2013, No.19]

Jawapan :

(a)

(b)

- 62 Jika persamaan normal kepada lengkung $y = hx + \frac{k}{x}$ pada titik $(2, 7)$ ialah $2x + y - 11 = 0$, cari nilai h dan k .
(Jwp : $h = 2, k = 6$)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 63 Garis lurus $x + 4y - 10 = 0$ ialah normal kepada lengkung $y = (2x - 3)^2 - 4$ pada titik Q . Cari persamaan tangen kepada lengkung pada titik Q .
(Jwp : $y = 4x - 11$)
[4 markah] [Ramalan]

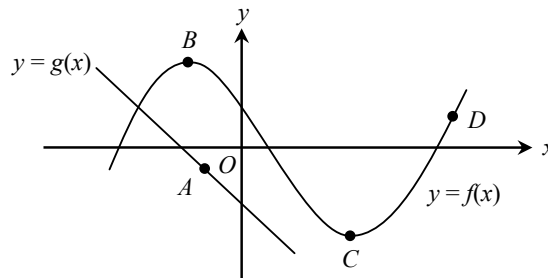
Jawapan :

- 64 Tangen kepada lengkung $y = x^2 - 3x + 4$ pada $(1, 3)$ bersilang dengan normal kepada lengkung pada $(3, 4)$, di titik M . Cari koordinat titik M .
[Jwp : $(-, 6)$]
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

2.4.4 Menentukan titik pusingan dan menghuraikan sifat titik pusingan tersebut.

65 Rajah menunjukkan graf kubik $y = f(x)$ dan graf linear $y = g(x)$.



Titik A terletak pada garis lurus. Titik-titik B , C dan D terletak pada lengkung. Tangen kepada lengkung itu pada titik B dan titik C adalah selari dengan paksi- x . Nyatakan titik / titik-titik manakah yang memenuhi syarat berikut :

- (a) $\frac{dy}{dx} = 0$.
- (b) $\frac{dy}{dx} < 0$.
- (c) $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$.

[2 markah] [2017, No.1]

Jawapan :

- (a)
- (b)
- (c)

MINDA :

normal kepada lengkung pada titik P titik *maksimum* ($\frac{dy}{dx} = 0$ dan $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$)

tangen kepada lengkung pada titik P titik *lengkuk balas*, $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

($\frac{dy}{dx} = 0$ dan $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$) titik *minimum*

- titik pusingan @ titik pegun → titik maksimum @ titik minimum

(1) $\frac{dy}{dx}$ titik pusingan (x_1, y_1)

(2) $\frac{dy}{dx} = 0$ → x_1 → y_1

(3) $\frac{d^2y}{dx^2}$ ← $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ [minimum] $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$ [titik lengkuk balas]

$\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ [maksimum]

cekung ke atas

cekung ke bawah

cembung ke atas

cembung ke bawah

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

66 Diberi $y = 14x(5 - x)$, hitungkan

(a) nilai x apabila y adalah maksimum,

(Jwp: $\frac{5}{2}$)

(b) nilai maksimum bagi y .

(Jwp: $\frac{175}{2}$)

[3 markah] [2003, No.15]

Jawapan :

(a)

(b)

67 Lengkung $y = x^2 - 32x + 64$ mempunyai titik minimum di $x = p$, dengan keadaan p ialah pemalar. Cari nilai p .

(Jwp: 16)

[3 markah] [2007, No.20]

Jawapan :

68 Diberi $y = 2x(x - 6)$, cari

(a) $\frac{dy}{dx}$,

(Jwp : $4x - 12$)

(b) nilai x apabila y adalah minimum,

(Jwp : 3)

(c) nilai minimum bagi y .

(Jwp : -18)

[3 markah] [2010, No.20]

Jawapan :

(a)

(b)

(c)

69 Lengkung $y = px^4 + 2x$ mempunyai titik pusingan pada $(-1, q)$. Cari nilai p dan nilai q .

(Jwp : $p = \frac{1}{2}, q = -\frac{3}{2}$)

[3 markah] [2019, No.17]

Jawapan :

- 70 Lengkung $y = mx + \frac{n}{2x-1}$ mempunyai titik pusingan pada titik (2, 7). Cari nilai m dan n .

(Jwp : $m = 2, n = 9$)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 71 Lengkung $y = 2x^2 - 4x + 5$ dan $y = x^3 - px^2 + x + q$ mempunyai satu titik pusingan sepunya. Cari nilai p dan q .

(Jwp : $p = 2, q = 3$)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 72 Diberi $p + q = 12$ dan $y = 2p^2 - q^2$. Cari nilai minimum bagi y .

(Jwp : -288)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

2.4.5 Menyelesaikan masalah yang melibatkan nilai maksimum dan nilai minimum serta mentafsir penyelesaian tersebut.

- 73** Akibat daripada peningkatan kos sara hidup, Siva telah menanam beberapa jenis sayur untuk kegunaan sendiri di kawasan lapang berbentuk segi empat tepat di belakang rumahnya. Dia bercadang untuk memagar kawasan tersebut yang berukuran $6x$ m dan $(4 - x)$ m.

Cari panjang, dalam m, pagar yang diperlu dia beli apabila luas kawasan itu adalah maksimum.

(Jwp : 28)

[4 markah] [2014, No.17]

Jawapan :

- 74** Zainal mempunyai sekeping zink berbentuk segi empat tepat dengan perimeter 25 cm. Dia ingin menggunakan kepingan zink itu untuk membentuk sebuah silinder yang terbuka pada kedua-dua hujung. Cari panjang dan lebar, dalam cm, kepingan zink itu supaya isi padu silinder yang dibentuk ialah maksimum.

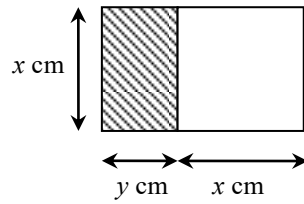
(Jwp :

$\frac{25}{3}, \frac{25}{6}$)

[4 markah] [2015, No.23]

Jawapan :

- 75 Rajah menunjukkan seutas dawai yang panjangnya 10 cm dipotong kepada enam bahagian dan diletakkan mengelilingi rajah itu.



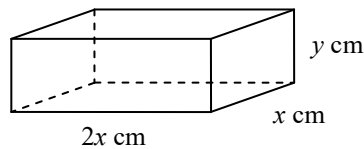
Empat bahagian tali itu berukuran x cm dan dua bahagian tali berukuran y cm. Cari perimeter kawasan berlorek jika luas bagi kawasan berlorek adalah maksimum.

(Jwp : 7.5)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 76 Rajah menunjukkan sebuah kuboid dengan isipadu 72 cm^3 .



(a) Tunjukkan jumlah luas permukaan bagi kuboid, $A \text{ cm}^2$, diberi oleh $A = 4x^2 + \frac{216}{x}$.

(b) Seterusnya, cari jumlah luas permukaan maksimum, dalam cm^2 , kuboid itu. (Jwp : 108)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

2.4.6 Mentafsir dan menentukan kadar perubahan bagi kuantiti yang terhubung.

- 77** Dua pemboleh ubah, x dan y , dihubungkan oleh persamaan $y = 3x + \frac{2}{x}$. Diberi bahawa y bertambah dengan kadar malar 4 unit sesaat, carikan kadar perubahan x apabila $x = 2$. (Jwp: 1.6)

[3 markah] [2004, No.21]

Jawapan :

- 78** Diberi bahawa $y = \frac{2x-6}{x}$. Jika y bertambah dengan kadar malar 0.4 unit s^{-1} , carikan kadar perubahan x apabila $y = 1$. (Jwp : 2.4)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 79** Diberi bahawa $y = x^2 - 5x + 4$. Jika berkurang dari 4 kepada 3.4 dalam 3 saat, carikan kadar perubahan y . (Jwp : -0.6)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MINDA :

- kadar perubahan

(1) $\frac{dy}{dx}$

(2) $x_1 \longleftrightarrow y_1$

maklumat tambahan

(3) diberi $\frac{dx}{dt} \rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \times \frac{dx}{dt}$

diberi $\frac{dy}{dt} \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dy} \times \frac{dy}{dt}$

2.4.7 Menyelesaikan masalah yang melibatkan kadar perubahan bagi kuantiti yang terhubung dan mentafsir penyelesaian tersebut.

- 80** Isi pada air, $V \text{ cm}^3$, dalam satu bekas diberi oleh $V = \frac{1}{3}h^3 + 8h$, dengan keadaan $h \text{ cm}$ ialah tinggi air dalam bekas itu. Air dituang ke dalam bekas itu dengan kadar $10 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, Carikan kadar perubahan tinggi dalam cm s^{-1} , pada ketika tingginya ialah 2 cm .
(Jwp : $\frac{5}{6}$)

[3 markah] [2005, No.20]

Jawapan :

- 81** Seketul ais berbentuk kubus dengan sisi $x \text{ cm}$, mencair pada kadar of 9.72 cm^3 per minit. Cari kadar perubahan x pada ketika $x = 12 \text{ cm}$.
(Jwp : -0.0225)

[4 markah] [2009, No.20]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 82 Isipadu sebuah sfera bertambah dengan kadar tetap $12.8\pi \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Cari jejari sfera itu pada ketika jejari itu bertambah dengan kadar 0.2 cm s^{-1} . [isipadu sfera, $V = \frac{4}{3} \pi r^3$] (Jwp : 4)

[3 markah] [2010, No.21]

Jawapan :

- 83 Luas permukaan bagi sebuah kiub bertambah pada kadar tetap $15 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$. Cari kadar perubahan bagi panjang sisi, dalam cm s^{-1} , ketika isi padu kiub ialah 125 cm^3 . (Jwp : $0.25 / \frac{1}{4}$)

[3 markah] [2016, No.6]

Jawapan :

- 84 Setitik dakwat yang dijatuhkan ke atas sekeping kertas mengembang dalam bentuk bulatan. Jika jejari bulatan dakwat itu bertambah dengan kadar malar 18 mm dalam masa 6 saat, cari kadar perubahan luas bulatan itu, dalam sebutan π , pada ketika jejariya ialah 5 mm . (Jwp : 30π)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 85 Jejari sebuah bulatan bertambah dengan kadar 0.5 cm s^{-1} . Cari kadar pertambahan luas bulatan itu apabila lilitannya adalah 25 cm . (Jwp : 12.5)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 86 Air dituang ke dalam sebuah bekas berbentuk kon dengan sudut separa menegak 45° dengan kadar $9 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Cari kadar kenaikan aras permukaan air apabila kedalamannya ialah 3 cm. (Jwp : $\frac{1}{\pi}$)

[4markah] [Ramalan]

Jawapan :

2.4.8 Mentafsir dan menentukan perubahan kecil dan penghampiran suatu kuantiti.

2.4.9 Menyelesaikan masalah yang melibatkan perubahan kecil dan penghampiran suatu kuantiti.

\Rightarrow *perubahan kecil untuk sesuatu kuantiti*

- 87 Diberi $y = x^2 + 5x$, gunakan kaedah pembezaan untuk mencari perubahan kecil bagi y apabila x menokok daripada 3 kepada 3.01. (Jwp: 0.11)

[3 markah] [2003, No.16]

Jawapan :

- 88 Diberi $y = 3x^2 + x - 4$,

(a) cari nilai bagi $\frac{dy}{dx}$ apabila $x = 1$, (Jwp: 7)

(b) ungkapkan perubahan kecil bagi y , dalam sebutan p , apabila x berubah daripada 1 kepada $1 + p$, dengan keadaan p ialah nilai yang kecil. (Jwp: 7p)

[4 markah] [2006, No.19]

Jawapan :

(a)

(b)

MINDA :

- perubahan kecil dan penghampiran

<p>(1) $\frac{dy}{dx}$</p> <p>(2) x_1 y_1</p> <p>(3) tentukan δx @ δy</p>	<p>maklumat tambahan</p>	<p>(4) $\frac{\delta y}{\delta x} = \frac{dy}{dx}$</p> <p>(5) $y_{\text{baru}} = y_1 + \delta y$</p>	<p>(6) $\% \delta x = \frac{\delta x}{x_1} \times 100$</p> <p>(7) $\% \delta y = \frac{\delta y}{y_1} \times 100$</p>
--	--------------------------	--	---

89 Dua pembolehubah, x dan y , dihubungkan oleh persamaan $y = \frac{16}{x^2}$. Ungkapkan, dalam sebutan h , perubahan kecil bagi y , apabila x berubah daripada 4 kepada $4 + h$, dengan keadaan h ialah satu nilai kecil.

(Jwp : $-\frac{h}{2}$)

[3 markah] [2008, No.19]

Jawapan :

90 Diberi bahawa $y = 10 - \frac{12}{x}$. Cari perubahan kecil dalam x , dalam sebutan p , apabila nilai y berubah daripada 4 kepada $4 + p$.

(Jwp : $\frac{p}{3}$)

[3 markah] [2011, No.20]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

91 Diberi bahawa $L = 4t - t^2$ dan $x = 3 + 6t$.

(a) Ungkapkan $\frac{dL}{dx}$ dalam sebutan t .

(Jwp : $\frac{2-t}{3}$)

(b) Cari perubahan kecil bagi x , apabila L berubah daripada 3 kepada 3.4 pada ketika $t = 1$.

(Jwp : 1.2)

[4 markah] [2018, No.6]

Jawapan :

(a)

(b)

⇒ *peratus perubahan*

92 Diberi $y = 5x^2 - 4x + 3$. Jika x bertambah sebanyak 3% apabila $x = 2$, cari peratus perubahan yang sepadan dengan y .

(Jwp : 6.4)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

93 Diberi bahawa $y = 5 - \frac{3}{x}$. Jika y bertambah daripada 4 dengan satu nilai kecil, $\frac{p}{25}$, cari dalam sebutan p , peratusan dalam perubahan x yang sepadan.

(Jwp : $4p$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

⇒ *nilai hampir dengan menggunakan pembezaan*

- 94 Diberi $y = \sqrt[3]{x}$. Dengan menggunakan pembezaan, anggarkan nilai $\sqrt[3]{1002}$. (Jwp : $10 \frac{1}{150}$)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 95 Dengan menggunakan pembezaan, tentukan nilai hampir isi padu bagi sebuah sfera apabila jejarinya ialah 3.02 cm. (Jwp : 36.72π)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 96 Diberi bahawa $y = \frac{1}{2x^2}$. Cari
- (a) nilai $\frac{dy}{dx}$ apabila $x = 10$, (Jwp : -0.001)
- (b) nilai yang hampir bagi $\frac{1}{2(10.5)^2}$. (Jwp : 0.0045)
- [4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

⇒ *penyelesaian masalah*

- 97 Satu bekas kosong diisi dengan air. Selepas t saat, tinggi air dalam bekas ialah x cm. Diberi tinggi air bertambah dengan kadar $1.44t \text{ cm s}^{-1}$, cari tokokan kecil dalam x apabila t bertambah daripada 4.0 s kepada 4.1s. (Jwp : 0.576)
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 98 Tinggi sebuah silinder ditetapkan pada 16 cm. Cari perubahan yang hampir bagi jumlah luas permukaannya, jika jejarinya bertambah daripada 4 cm kepada 4.02 cm. (Jwp : 0.96π)
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 99 Sebuah kuboid logam dengan tapaknya berbentuk segi empat sama sedang dipanaskan. Ukurn tinggi kuboid itu adalah tiga kali panjang sisi tapaknya. Jika isipadu kuboid itu bertambah daripada 81 cm^3 kepada 83 cm^3 , cari perubahan kecil dalam sisi tapaknya. (Jwp : $\frac{2}{81} / 0.02469$)
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 100** Tinggi sebuah kon adalah 4 kali jejari tapaknya. Cari perubahan yang hampir bagi jejari tapak apabila isi padunya bertambah dari $36\pi \text{ cm}^3$ kepada $39\pi \text{ cm}^3$.

(Jwp : $\frac{1}{12}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

KERTAS 2

⇒ Bahagian A → 6 – 8 markah

~ kecerunan tangen, persamaan tangen / kecerunan normal, persamaan normal

- 101** Diberi persamaan suatu lengkung ialah $y = 2x(1 - x)^4$ dan lengkung itu melalui $P(2, 4)$. Cari

(a) kecerunan lengkung pada titik P , (Jwp : 18) [4 markah]

(b) persamaan garis normal kepada lengkung pada titik P . (Jwp : $y = -\frac{1}{18}x + \frac{37}{9}$) [3 markah]

[2015, No.2]

Jawapan :

~ titik pusingan → titik / nilai minimum ; titik / nilai maksimum

102 Diberi persamaan suatu lengkung ialah :

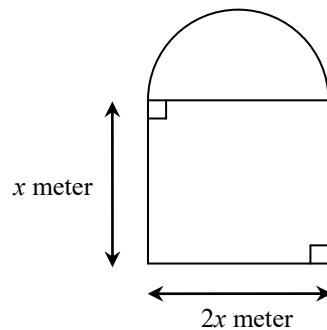
$$y = x^2(3 - x) + \frac{1}{2}$$

- (a) Cari fungsi kecerunan bagi lengkung itu. (Jwp : $6x - 3x^2$) [2 markah]
- (b) Cari koordinat titik-titik pusingan. [Jwp : $(0, \frac{1}{2})$; $(2, \frac{9}{2})$] [3 markah]
- (c) Seterusnya, tentukan samada setiap titik pusingan itu adalah maksimum atau minimum. [Jwp : $(0, \frac{1}{2})$ minimum ; $(2, \frac{9}{2})$ maksimum] [3 markah]

[2013, No.5]

Jawapan :

103 Rajah menunjukkan pandangan hadapan sebuah tingkap.



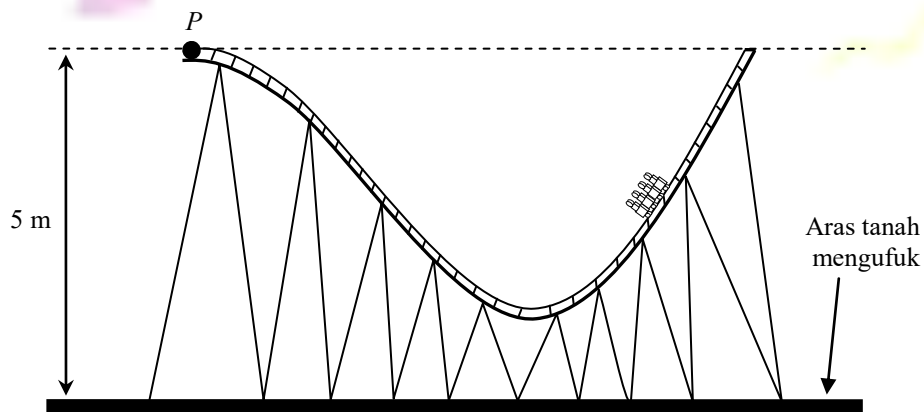
Lengkuk bagi tingkap itu ialah suatu semi bulatan. Perimeter tingkap itu ialah 4 meter.

- (a) Ungkapkan luas permukaan hadapan tingkap itu dalam sebutan x dan π . (Jwp : $A = 4x - 2x^2 - \frac{1}{2}\pi x^2$) [3 markah]
- (b) Dengan menggunakan $\pi = 3.142$, cari lebar, dalam meter, tingkap itu apabila luas permukaan hadapan adalah maksimum. (Jwp : 1.1202) [3 markah]

[2016, No.6]

Jawapan :

- 104 Rajah menunjukkan pandangan hadapan sebahagian daripada laluan 'roller coaster' di sebuah taman replika.

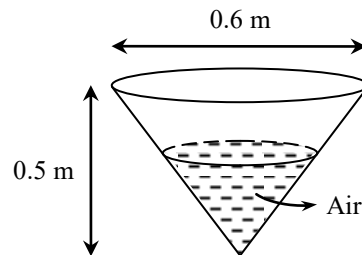


Bahagian lengkung laluan 'roller coaster' itu diwakili oleh persamaan $y = \frac{1}{64}x^3 - \frac{3}{16}x^2$, dengan titik P sebagai asalan. Cari jarak tegak terpendek, dalam m, dari laluan itu ke aras tanah. (Jwp : 1)
[6 markah] [2018, No.6]

Jawapan :

~ *kadar perubahan*

- 105 Rajah menunjukkan sebuah bekas berbentuk kon dengan diameter 0.6 m dan tinggi 0.5 m. Air dituangkan ke dalam bekas itu dengan kadar malar $0.2 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$.



Hitungkan kadar perubahan tinggi paras air pada ketika tinggi paras air itu ialah 0.4 m.

(Gunakan $\pi = 3.142$; Isi padu kon = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$)

(Jwp: 1.105)

[4 markah] [2003, No.9a]

Jawapan :

~ *perubahan kecil, nilai penghampiran*

- 106 Diberi bahawa persamaan suatu lengkung ialah $y = \frac{5}{x^2}$.

(a) Cari nilai $\frac{dy}{dx}$ apabila $x = 3$.

(Jwp : $-\frac{10}{27}$) [3 markah]

(b) Seterusnya, anggarkan nilai bagi $\frac{5}{(2.98)^2}$.

(Jwp : $\frac{76}{135}$ / 0.563) [4 markah]

[2017, No.2]

Jawapan :

⇒ **Bahagian B** → 10 markah

~ **kecerunan tangen, persamaan tangen / kecerunan normal, persamaan normal ; titik pusingan ; kadar perubahan ; perubahan kecil, nilai penghampiran**

107 Lengkung $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ melalui titik $A(2, 3)$ dan mempunyai dua titik pusingan, $P(3, 1)$ dan Q . Cari

(a) kecerunan lengkung itu pada A . (Jwp : -3) [3 markah]

(b) persamaan normal kepada lengkung itu pada A . (Jwp : $y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$) [3 markah]

(c) koordinat Q dan tentukan sama ada Q adalah titik maksimum atau titik minimum.

[Jwp : $(1, 5)$, titik maksimum] [4 markah]
[2010, No.8 / 2012, No.8]

Jawapan :

108 Sebuah pepejal logam dibentuk dengan menggabungkan sebuah kon dan sebuah silinder dengan jejari sepunya, r cm. Jumlah luas permukaan pepejal itu, A cm², diberi oleh $A = 2\pi \left(\frac{18}{r} + \frac{r^2}{3} \right)$.

(a) (i) Pepejal itu mengembang apabila dipanaskan. Diberi bahawa luas permukaan pepejal itu berubah dengan kadar 1.4π cm² s⁻¹. Cari kadar perubahan jejari, dalam cm s⁻¹, pada ketika jejарinya ialah 6 cm. (Jwp : 0.2)

(ii) Cari perubahan hampir bagi luas permukaan pepejal itu, dalam sebutan π , apabila jejарinya bertambah daripada 6 cm kepada 6.02 cm. (Jwp : 0.14π)
[6 markah]

(b) Jika sebuah pepejal yang sama bentuk akan dibentuk dengan keadaan jumlah luas permukaan ialah minimum, cari jumlah luas permukaan minimum bagi pepejal itu, dalam sebutan π . (Jwp : 18π) [4 markah]
[2019, No.7]

Jawapan :

RAMALAN

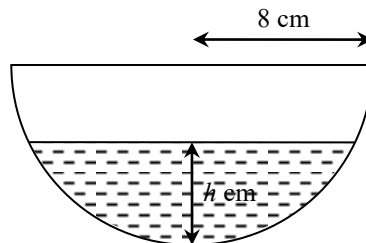
⇒ *Bahagian A* → 6 – 8 markah

~ *nilai maksimum / minimum ; kadar perubahan ; perubahan kecil, nilai penghampiran*

- 109 (a) Persatuan Sains dan Matematik ingin menjalankan suatu projek penanaman herba. Persatuan itu diberikan dawai 37 m untuk memagar suatu kawasan yang berbentuk segiempat tepat. Jika salah satu sisi kawasan yang ingin dipagar adalah sebuah tembok. Hitungkan ukuran yang sesuai, dalam m, supaya luas kawasan penanaman herba adalah maksimum. (Jwp : 9.25, 18.5) [4 markah]
- (b) Jejari sebuah belon berbentuk sfera berubah daripada 6 cm kepada 5.8 cm. Cari perubahan hampir isipadu belon itu. (Jwp : -28.8π) [3 markah]

Jawapan :

- 110 Rajah menunjukkan keratan rentas sebuah mangkuk yang berbentuk hemisfera berjejari 8 cm.



Air dituang ke dalam mangkuk itu dengan keadaan tinggi, h cm, air itu bertambah dengan kadar 0.2 ms^{-1} .

- (a) Tunjukkan bahawa luas permukaan air, $L \text{ cm}^2$, dalam mangkuk itu diberi oleh :

$$L = \pi (16h - h^2) \quad [2 \text{ markah}]$$

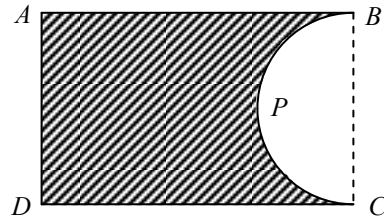
- (b) Cari kadar pertambahan luas permukaan air itu ketika h ialah 6 cm. (Jwp : 0.8π) [3 markah]
- (c) Cari perubahan kecil bagi luas permukaan air apabila tingginya berubah dari 2 cm kepada 2.01 cm. (Jwp : 0.12π) [2 markah]

Jawapan :

⇒ **Bahagian B** → 10 markah

~ nilai maksimum / minimum ; kadar perubahan ; perubahan kecil, nilai penghampiran

- 111 (a) Rajah menunjukkan suatu kawasan yang berbentuk segi empat tepat dan semi bulatan yang dipagari dengan seutas dawai sepanjang 120 m.



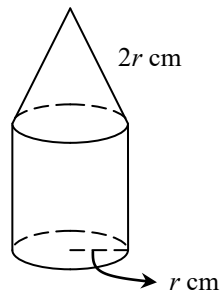
Diberi $AD = 2x$ meter.

- (i) Tunjukkan bahawa luas kawasan berlorek, dalam m^2 , diberi oleh

$$L = 120x - 2x^2 - \frac{3}{2}\pi x^2$$
 [2 markah]
- (ii) Carikan nilai x apabila L adalah maksimum. (Jwp : 8.938) [3 markah]
- (b) Seutas dawai yang panjangnya 80 cm dibengkokkan untuk membentuk satu bulatan. Apabila dawai itu dipanaskan, panjangnya bertambah dengan kadar 0.2 cms^{-1} . [Guna $\pi = 3.142$]
- (i) Hitungkan kadar perubahan, dalam cms^{-1} , jejari bulatan itu. (Jwp : 0.03183) [3 markah]
- (ii) Cari jejari, dalam cm, bulatan itu selepas 4 saat. (Jwp : 12.86) [2 markah]

Jawapan :

- 112 Rajah menunjukkan sebuah bongkah pepejal yang terdiri daripada sebuah kon tegak terletak di atas sebuah silinder berjejari j cm. Panjang sendeng kon itu ialah $2j$ cm dan isi padu silinder itu ialah 81π .



- (a) Tunjukkan bahawa luas permukaan bongkah itu, L cm², diberi oleh $L = 3\pi \left(j^2 + \frac{54}{j} \right)$.
[2 markah]
- (b) Hitung nilai minimum bagi luas permukaan bongkah itu. (Jwp : 81π) [3 markah]
- (c) Diberi bahawa L bertambah dengan kadar 63π cm²s⁻¹, cari kadar pertambahan jejari ketika jejaringnya ialah 6 cm. (Jwp : 2) [3 markah]
- (d) Cari perubahan kecil dalam L apabila j menokok daripada 6 cm kepada 6.002 cm. (Jwp : 0.063π) [2 markah]

Jawapan :

PENGAMIRAN

- ONE PAGE NOTE (OPN)

- LEMBARAN KERJA

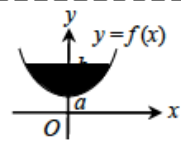
Encik Lee Chiong Tee

ONE PAGE NOTES
"PENGAMIRAN"

HINT :

$$\int \frac{x^3 - 2x}{x} dx = \int x^2 - 2 dx$$

$$\int \frac{x^2 - 9}{x + 3} dx = \int x - 3 dx$$



isi padu lorek dikisar 360° pada paksi-x
= isi padu lorek dikisar 180° pada paksi-x
 $= \pi \int_a^b x^2 dy$

diaplikasi juga pada "BEZA"

"PENGAMIRAN" SONGSANGAN "PEMBEZAAN"

$$\frac{d}{dx} (A) = B$$

$$\downarrow$$

$$\int B dx = A$$

$$y = A \text{ dan } \frac{dy}{dx} = B$$

$$\downarrow$$

$$\int B dx = A$$

PENGAMIRAN "RUMUS"

$$\int k dx = kx + c$$

$$\int kx^n dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$$

$$\int \frac{k}{x^n} dx = \frac{k}{x^{n-1}[-(n-1)]} + c, n \neq 1$$

$$\int k(ax+b)^n dx = \frac{k(ax+b)^{n+1}}{(n+1)(a)} + c, n \neq -1$$

$$\int \frac{k}{(ax+b)^n} dx = \frac{k}{(ax+b)^{n-1}[-(n-1)(a)]} + c, n \neq 1$$

KAMIRAN TENTU

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

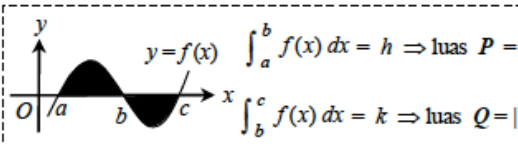
@

$$\int_a^b f(x) dx = k$$

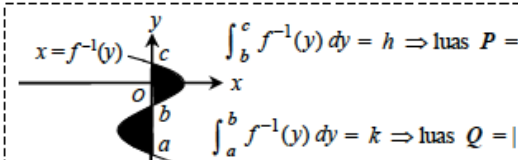
$$\downarrow$$

$$\int_b^a f(x) dx = -k$$

LUAS



$\int_a^b f(x) dx = h \Rightarrow \text{luas } P = h$
 $\int_b^c f(x) dx = k \Rightarrow \text{luas } Q = |k|$



$\int_b^c f^{-1}(y) dy = h \Rightarrow \text{luas } P = h$
 $\int_a^b f^{-1}(y) dy = k \Rightarrow \text{luas } Q = |k|$

CONTOH 1 :

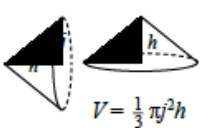
$$\int \frac{5x^3}{2} - \frac{4}{\sqrt{x}} + 8 dx$$

$$= \frac{5x^4}{2(4)} - \frac{4}{x^{-\frac{1}{2}}(\frac{1}{2})} + 8x + c$$

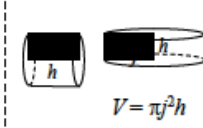
CONTOH 2 :

$$\int (1-x)^4 + \frac{2}{(3x-5)^3} dx$$

$$= \frac{(1-x)^5}{5(-1)} + \frac{2}{(3x-5)^2(-2)(3)} + c$$

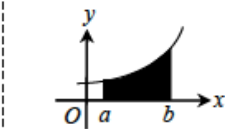


$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



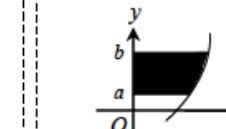
$V = \pi r^2 h$

LUAS dan ISI PADU



luas lorek pada paksi-x
 $\int_a^b y dx$

isi padu luas lorek dikisar 360° melalui paksi-x
 $\pi \int_a^b y^2 dx$

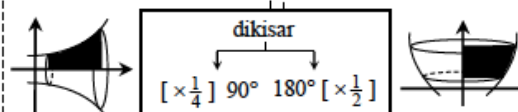


luas lorek pada paksi-y
 $\int_a^b x dy$

isi padu luas lorek dikisar 360° melalui paksi-y
 $\pi \int_a^b x^2 dy$

dikisar

$[\times \frac{1}{4}] \quad 90^\circ \quad 180^\circ \quad [\times \frac{1}{2}]$



TOPIK 3 : PENGAMIRAN
[1 – 2 soalan → 4 – 8 markah]

3.1 Pengamiran sebagai songsangan pembezaan

3.1.1 Menjelaskan perkaitan antara pembezaan dan pengamiran.

1 Selesaikan setiap yang berikut :

(a) Diberi $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2-1}{x-3} \right) = f(x)$, cari $\int f(x) dx$. [1 markah]

(b) Jika $y = \frac{x^2}{x-1}$ and $\frac{dy}{dx} = h(x)$, cari $\int h(x) dx$. [1 markah]

(a) Diberi $\frac{d}{dx} [f(x)] = 2g(x)$, cari $\int g(x) dx$. [Jwp : $\frac{1}{2}f(x)$] [2 markah]

[2013, No.21]

Jawapan :

- (a) (b) (c)

2 Selesaikan setiap yang berikut :

(a) Diberi bahawa $y = \frac{4x-1}{x+3}$ dan $\frac{dy}{dx} = \frac{5}{2}k(x)$, cari $\int 3k(x) dx$. [Jwp : $\frac{6}{5} \left(\frac{4x-1}{x+3} \right)$] [2 markah]

(b) Diberi bahawa $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2}{2x-1} \right) = \frac{2x(x-1)}{(2x-1)^2}$, cari $\int \frac{x(x-1)}{4(2x-1)^2} dx$. [Jwp : $\frac{x^2}{8(2x-1)}$] [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

MINDA :

- pengamiran = songsangan kepada pembezaan

$$\rightarrow \frac{d}{dx}(A) = B \leftrightarrow \int B dx = A \quad @ \quad \frac{d}{dx}[f(x)] = f'(x) \leftrightarrow \int [f'(x)] dx = f(x)$$

$$\rightarrow y = A \text{ dan } \frac{dy}{dx} = B \leftrightarrow \int B dx = A = y$$

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

3 (a) Tunjukkan bahawa $\frac{d}{dx} \left(\frac{x-1}{x^2+3} \right) = \frac{3+2x-x^2}{(x^2+3)^2}$. [2 markah]

(b) Seterusnya, atau dengan cara lain, cari $\int \frac{3+2x-x^2}{2(x^2+3)^2} dx$. [Jwp : $\frac{x-1}{2(x^2+3)}$] [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a) (b)

4 Diberi bahawa $f(x) = 4(2x+1)^3$ and $f'(x) = m(2x+1)^n$.

(a) Cari nilai $m+n$. (Jwp : 26) [2 markah]

(b) Seterusnya, cari nilai bagi $\frac{1}{12} \int f'(x) dx$, dengan keadaan $x=2$ (Jwp : $\frac{125}{3}$) [2 markah]

[klon buku teks]

Jawapan :

(a) (b)

5 Diberi bahawaf $y = 2x^2(1-x)^2$.

(a) Cari $\frac{dy}{dx}$. (Jwp : $4x - 12x^2 + 8x^3$) [2 markah]

(b) Jika $\int x-3x^2+2x^3 dx = ky$, cari nilai k . (Jwp : $\frac{1}{4}$) [2 markah]

[klon buku teks]

Jawapan :

(a) (b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 6 Fungsi keuntungan harian daripada jualan buku bagi sebuah syarikat M diberi oleh $P = 150t^2 + 40t^3$, dengan keadaan P ialah keuntungan yang diperolehi, dalam RM, dan t ialah masa, dalam hari.
- (a) Cari kadar keuntungan jualan buku yang diperolehi syarikat itu selepas 5 hari. (Jwp : 4500) [2 markah]
- (b) Diberi kadar keuntungan harian jualan buku bagi sebuah syarikat N diberi oleh $\frac{dP}{dt} = 50t + 20t^2$. Dengan menggunakan songsangan kepada pembezaan, cari bilangan kali keuntungan yang diperolehi syarikat N berbanding keuntungan yang diperolehi syarikat M . (Jwp : $\frac{1}{6}$) [2 markah]
[klon buku teks]

Jawapan :

(a)

(b)

MINDA :

petua hasil darab

$\sim y = uv \rightarrow \frac{dy}{dx} = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$ @ $\frac{d}{dx}(uv) = uv' + vu'$, dengan keadaan u dan v dalam sebutan x

petua hasil bahagi

$\sim y = \frac{u}{v} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$ @ $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vu' - uv'}{v^2}$, dengan keadaan u dan v dalam sebutan x

3.2 Kamiran tak tentu

3.2.1 Menerbitkan rumus kamiran tak tentu secara induktif.

7 Lengkapkan setiap yang berikut :

$\int a \, dx = kx + c$	$\int ax^n \, dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$ dengan keadaan $n \neq -1$	$\int \frac{k}{x^n} \, dx = \frac{k}{x^{n-1}[-(n-1)]} + c$ dengan keadaan $n \neq 1$
$\int 1 \, dx =$	$\int x \, dx =$	$\int \frac{1}{x^2} \, dx =$
$\int 2 \, dx =$	$\int 5x^2 \, dx =$	$\int \frac{5}{x^3} \, dx =$
$\int -7 \, dx =$	$\int \frac{5x^3}{9} \, dx =$	$\int \frac{7}{2x^4} \, dx =$
$\int \frac{1}{5} \, dx =$	$\int \frac{13}{7}\sqrt{x} \, dx =$	$\int -\frac{3}{\sqrt[3]{x}} \, dx =$

3.2.2 Menentukan kamiran tak tentu bagi fungsi algebra.

8 Diberi $\int (6x^2 + 1) \, dx = px^3 + x + c$, dengan keadaan p dan c adalah pemalar, cari

(a) nilai p ,

(Jwp : 2)

(b) nilai c bagi $\int (6x^2 + 1) \, dx = 13$ apabila $x = 1$.

(Jwp : 10)

[4 markah] [2008, No.21]

Jawapan :

(a)

(b)

9 Cari kamiran bagi setiap yang berikut :

(a) $\int x\left(2x - \frac{5}{x}\right) \, dx$

(Jwp : $\frac{2}{3}x^3 - 5x + c$)

(b) $\int (2x + \sqrt{x})^2 \, dx$

(Jwp : $\frac{4}{3}x^3 + \frac{8}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{2}x^2 + c$)

Jawapan :

(a)

(b)

10 Cari kamiran bagi setiap yang berikut :

(a) $\int \frac{(x-3)(x+3)}{x^2} dx$

(Jwp : $x + \frac{9}{x} + c$)

(b) $\int \frac{5x^2 - 3}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

(Jwp : $\frac{15}{7}x^{\frac{7}{3}} - 9x^{\frac{1}{3}} + c$)

Jawapan :

(a)

(b)

11 Cari kamiran bagi setiap yang berikut :

(a) $\int \frac{4x^2 - 9}{4x - 6} dx$

(Jwp : $\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + c$)

(b) $\int \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} dx$.

(Jwp : $\frac{1}{2}x^2 + 2x + c$)

Jawapan :

(a)

(b)

3.2.3 Menentukan kamiran tak tentu bagi fungsi berbentuk $(ax + b)^n$, dengan keadaan a dan b ialah pemalar, n integer dan $n \neq -1$.

12 Lengkapkan setiap yang berikut :

$\int k(ax+b)^n dx = \frac{k(ax+b)^{n+1}}{(n+1)(a)} + c,$ <p>dengan keadaan $n \neq -1$</p>	$\int \frac{k}{(ax+b)^n} dx = \frac{k}{(ax+b)^{n-1}[-(n-1)](a)} + c$ <p>dengan keadaan $n \neq 1$</p>
$\int (x-5)^2 dx =$	$\int \frac{1}{(x-5)^2} dx =$
$\int 2(3x-5)^3 dx =$	$\int \frac{2}{(3x-5)^3} dx =$
$\int 3(5-x)^4 dx =$	$\int \frac{-3}{(5-x)^4} dx =$
$\int -4\sqrt{2-x} dx =$	$\int \frac{3}{\sqrt[4]{5-2x}} dx =$

13 Cari kamiran tak tentu bagi setiap yang berikut dengan menggunakan “kaedah penggantian” :
[bandingkan dengan jawapan di soalan 12]

(a) $\int 2(3x-5)^3 dx$

(b) $\int \frac{3}{\sqrt[4]{5-2x}} dx$

Jawapan :

(a)

(b)

14 Diberi $\int \frac{5}{(1-x)^4} dx = k(1-x)^n + c$, carikan nilai k dan n .

(Jwp: $k = \frac{5}{3}$, $n = -3$)

[3 markah] [2003, No.17]

Jawapan :

15 Diberi bahawa $\int \frac{5}{(2x+3)^n} dx = \frac{p}{(2x+3)^5} + c$, dengan keadaan c , n dan p ialah pemalar. Cari nilai n dan nilai p .

(Jwp : $n = 6$, $p = -\frac{1}{2}$)

[3 markah] [2017, No.17]

Jawapan :

16 Cari kamiran bagi setiap yang berikut :

(a) $\int 2x - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{(1+2x)^2} dx$

(Jwp : $x^2 + \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2(1+2x)} + c$)

(b) $\int \frac{dx}{2(3-x)^2}$

(Jwp : $\frac{1}{2(3-x)} + c$)

Jawapan :

(a)

(b)

3.2.4 Menentukan persamaan lengkung daripada fungsi kecerunan.

⇒ *fungsi kecerunan* → *persamaan lengkung*

- 17** Diberi $\frac{dv}{dt} = 8t - 3$ dan $v = 20$ apabila $t = 2$, ungkapkan v dalam sebutan t . (Jwp : $v = 4t^2 - 3t + 10$)

[3 markah] [2013, No.20]

Jawapan :

- 18** Fungsi kecerunan suatu lengkung ialah $(x - 3)$. Diberi $P(2, 1)$ terletak pada lengkung itu. Cari
- (a) kecerunan tangen pada titik P , (Jwp : -1)
- (b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 5$)

[4 markah] [2015, No.16]

Jawapan :

- (a) (b)

- 19** Diberi $3x + 2\frac{dy}{dx} = 4$ dan $y = 1$ apabila $x = 2$, ungkapkan y dalam sebutan x . (Jwp : $y = 2x - \frac{3}{4}x^2$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 20 Diberi bahawa $\frac{dv}{dt} = \frac{a}{t^2} + 2$, dengan keadaan a ialah pemalar. Jika $\frac{dv}{dt} = \frac{2}{3}$ dan $v = 5$ apabila $t = 3$, cari nilai v apabila $t = -2$.
(Jwp : -15)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 21 Fungsi kecerunan bagi suatu lengkung yang melalui titik $(1, 4)$ dan $(-2, k)$ ialah $3x^2 + 4x - 3$. Cari nilai k .
(Jwp : 10)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 22 Fungsi kecerunan bagi suatu lengkung pada sebarang titik $P(x, y)$ ialah $kx + 3$, dengan keadaan k ialah pemalar. Diberi lengkung itu melalui titik $(0, 8)$ dan $(1, 15)$, cari nilai k .
(Jwp : $k = 8$)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 23 Diberi fungsi kecerunan bagi suatu lengkung ialah $px + q$, dengan keadaan p dan q ialah pemalar. Kecerunan lengkung pada titik $(-2, 8)$ dan $(0, 6)$ masing-masing ialah -7 dan 5 . Find

- (a) nilai p dan nilai q . (Jwp : $p = 6, q = 5$) [3 markah]
(b) persamaan bagi lengkung itu. (Jwp : $y = 3x^2 + 5x + 6$) [3 markah]
[klon buku teks]

Jawapan :

- (a) (b)

⇒ *pembezaan peringkat kedua* → *persamaan lengkung*

- 24 Diberi bahawa $\frac{d^2y}{dx^2} = 2x^3 - 4$. Apabila $x = -2$, nilai y dan nilai $\frac{dy}{dx}$ masing-masing ialah 3 dan -3 .
Cari y dalam sebutan x .
(Jwp : $\frac{1}{10}x^5 - 2x^2 - 19x - \frac{119}{5}$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

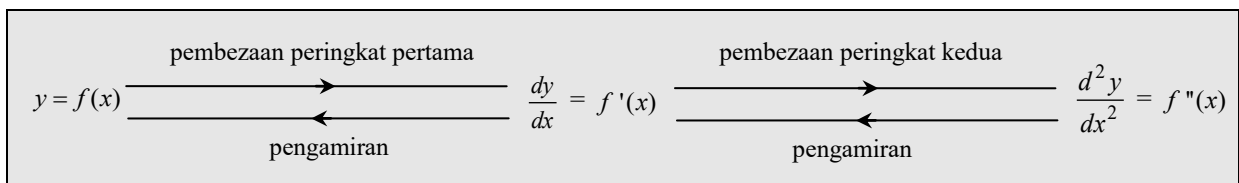
- 25 Diberi bahawa $\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = x + 3$, $\frac{dy}{dx} = 5$ dan $y = -11$ apabila $x = -2$.
Cari y dalam sebutan x .

(Jwp : $\frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x + \frac{7}{3}$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MINDA :



⇒ *kecerunan tangen / normal @ persamaan tangen / normal* → *persamaan lengkung*

- 26** Diberi bahawa kecerunan normal bagi suatu lengkung pada sebarang titik (x, y) ialah $\frac{1}{6x-2}$. Jika lengkung itu melalui titik $(2, 2)$, cari
 (a) fungsi kecerunan lengkung itu,
 (b) persamaan bagi lengkung itu.

(Jwp : $y = 10 + 2x - 3x^2$)
 [4 markah] [klon buku teks]

Jawapan :

- (a) (b)

- 27** Kecerunan suatu lengkung pada sebarang titik (x, y) diberi oleh $\frac{dy}{dx} = x^2 + k$, dengan keadaan k ialah pemalar. Jika tangen bagi lengkung itu pada titik $(3, 5)$ adalah selari dengan garis $11x - y + 5 = 0$, cari
 (a) nilai k ,
 (b) persamaan bagi lengkung itu.

(Jwp : 2) [2 markah]
 (Jwp : $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x - 10$) [3 markah]
 [Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

MINDA :

<ul style="list-style-type: none"> • tangen → m_1 • tangen selari dengan paksi-x → $\frac{dy}{dx}$ @ $m_1 = 0$ • tangen selari dengan suatu garis → garis : m_1 • tangen berserenjang dengan suatu garis → garis : m_2 	<ul style="list-style-type: none"> • normal → m_2 • normal dengan suatu garis → garis : m_2 • normal berserenjang dengan suatu garis → garis : m_1
$m_1 \times m_2 = -1$	

- 28 Fungsi kecerunan bagi suatu lengkung ialah $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{(3-x)^2} + k$, dengan keadaan k ialah pemalar.

Diberi bahawa tangen kepada lengkung pada titik $(2, -5)$ adalah selari dengan paksi-x. Cari

- (a) nilai k , (Jwp : -1) [2 markah]
 (b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = \frac{1}{3-x} - x - 4$) [3 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

- 29 Suatu lengkung mempunyai fungsi kecerunan $4x^3 - px$, dengan keadaan p ialah pemalar. Tangen kepada lengkung pada titik $(2, 5)$ berserenjang dengan garis lurus $x + 8y = 1$. Carikan

- (a) nilai p . (Jwp : 12) [3 markah]
 (b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = x^4 - 6x^2 + 13$) [3 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

- 30 Suatu lengkung dengan fungsi kecerunan $\frac{dy}{dx} = 2x + k$, dengan keadaan k ialah pemalar. Kecerunan normal kepada lengkung pada titik $(1, 5)$ ialah $\frac{2}{3}$. Cari

- (a) nilai k , (Jwp : $-\frac{7}{2}$) [2 markah]
 (b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{15}{2}$) [3 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

- 31** Keceunan kepada suatu lengkung diberi oleh $f'(x) = 2x - 1$. Jika normal kepada lengkung itu pada titik $P(h, k)$ ialah $y = 3x + 2$, cari
- (a) koordinat titik P , [Jwp : $(\frac{1}{3}, 3)$] [2 markah]
- (b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = x^2 - x + \frac{29}{9}$) [3 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

⇒ titik pusingant → persamaan lengkung

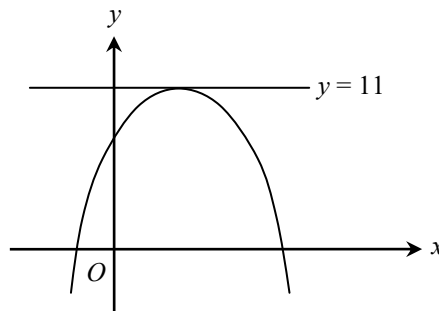
- 32** Fungsi kecerunan suatu lengkung ialah $\frac{dy}{dx} = kx - 6$, dengan keadaan k ialah pemalar. Diberi bahawa lengkung itu mempunyai titik pusingan pada $(2, 1)$. Cari
- (a) nilai k , (Jwp : 3)
- (b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 7$)

[4 markah] [2009, No.19]

Jawapan :

- (a) (b)

- 33** Rajah menunjukkan lengkung $y = g(x)$. Garis lurus ialah tangen kepada lengkung itu.



Diberi $g'(x) = -4x + 8$, cari persamaan lengkung itu.

(Jwp : $-2x^2 + 8x + 3$)

[4 markah] [2018, No.7]

Jawapan :

MINDA :

- titik pusingan $\rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$

- 34** Sebuah bekas berisi penuh dengan air setinggi 10 cm. Oleh sebab kebocoran bekas, selepas t saat, kadar perubahan tinggi air, h cm, dalam bekas itu diberi oleh $20\frac{dh}{dt} + 5 + 16t = 0$. Cari tinggi air itu selepas 2 saat.

(Jwp : 7.9)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 35** James mengecat suatu dinding dengan kadar $(25 - t)$ m² per jam, dengan t ialah bilangan jam setelah dia mula mengecat. Diberi luas dinding ialah 132 m², cari masa, dalam jam, yang diperlukannya untuk menyiapkan kerja mengecat itu dalam sehari.

(Jwp : 6)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 36** Stasha merupakan seorang usahawan kecil-kecilan, dia ingin melabur wang sebanyak RM2000 dalam suatu perniagaan rempah ratus. Dia berkeyakinan bahawa pelaburannya, RMy, akan meningkat dengan kadar $2(x + 121)$, dengan x ialah masa dalam tahun. Cari bilangan tahun yang diperlukan untuk wang pelaburannya itu menjadi dua kali ganda daripada pelaburan asal.

(Jwp : 8)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

3.3 Kamiran tentu

3.3.1 Menentukan nilai kamiran tentu bagi fungsi algebra.

37 Cari nilai bagi setiap yang berikut :

(a) $\int_1^2 x^2 - 2 \, dx$ (Jwp : $\frac{1}{3}$)

(b) $\int_4^9 \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \, dx$ (Jwp : $\frac{32}{3}$)

Jawapan :

(a) _____ (b) _____

38 Cari nilai bagi setiap yang berikut :

(a) $\int_{-2}^1 x(x^2 - 5) \, dx$. (Jwp : $3\frac{3}{4}$)

(b) $\int_1^4 \frac{3x + 1}{\sqrt{x}} \, dx$ (Jwp : 16)

Jawapan :

(a) _____ (b) _____

MINDA :

$\int_a^b f(x) \, dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$	$\int_a^a f(x) \, dx = 0$
$\int_a^b f(x) \, dx = -\int_b^a f(x) \, dx$ @ $\int_a^b f(x) \, dx = k \rightarrow \int_b^a f(x) \, dx = -k$	
$\int_a^b k f(x) \, dx = k \int_a^b f(x) \, dx$, k ialah pemalar	$\int_a^b [f(x) + g(x)] \, dx = \int_a^b f(x) \, dx + \int_a^b g(x) \, dx$
$\int_a^b f(x) \, dx + \int_b^c f(x) \, dx = \int_a^c f(x) \, dx$, dengan keadaan $a < b < c$	

39 Cari nilai bagi setiap yang berikut :

(a) $\int_0^1 \frac{(2t-4)^5}{2-t} dt$

(Jwp : -198.4)

(b) $\int_0^1 \frac{x^2+2x}{(1+x)^2} dx$

(Jwp : $\frac{1}{2}$)

Jawapan :

(a)

(b)

⇒ kamiran tentu ~ 1

40 Cari $\int_4^a (x+1) dx$, dalam sebutan a .

(Jwp : $\frac{a^2}{2} + a - 12$)

[3 markah] [2011, No.21]

Jawapan :

41 Suatu daya, F newton, bertindak ke atas satu jasad pada suatu jarak, x meter, dari satu titik tetap O dengan hubungan $F = 3x + 2x^2$.



Cari kerja, dalam Nm (joule), yang dilakukan apabila jasad itu bergerak dari kedudukan $x = 2$ m ke $x = 5$ m. (Kerja yang dilakukan = $\int F dx$)

(Jwp : $109\frac{1}{2}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

\Rightarrow *kamiran tentu* ~ 2

42 Diberi $\int_{-1}^k (2x-3) dx = 6$, dengan keadaan $k > -1$, carikan nilai k .

(Jwp : 5)

[4 markah] [2004, No.22]

Jawapan :

43 Diberi $\int_1^h (2x-6) dx = -4$, cari nilai h .

(Jwp : 3)

[3 markah] [2016, No.5]

Jawapan :

44 Diberi $\frac{dy}{dx} = 6$ dan $\int_0^4 y dx = 12$. Cari y dalam sebutan x .

(Jwp : $y = 6x - 9$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

⇒ *kamiran tentu* ~ 3

45 Diberi $\int_2^7 h(x) dx = 3$, cari

(a) $\int_7^2 h(x) dx$,

(Jwp : -3)

(b) $\int_2^7 [5 - h(x)] dx$.

(Jwp : 22)

[4 markah] [2007, No.21]

Jawapan :

(a)

(b)

46 Diberi $\int_1^3 f(x) dx = 4$, cari

(a) $\int_3^1 2f(x) dx$,

(b) $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$

(Jwp : 6)

[4 markah] [2014, No.19]

Jawapan :

(a)

(b)

⇒ *kamiran tentu* ~ 4

47 Diberi $\int_2^6 f(x) dx = 7$ dan $\int_2^6 [2f(x) - kx] dx = 10$, carikan nilai k .

(Jwp: $\frac{1}{4}$)

[4 markah] [2005, No.21]

Jawapan :

48 Diberi $\int_5^m f(x) dx = 6$ dan $\int_5^m [f(x) + 2] dx = 14$, cari nilai m .

(Jwp : 9)

[3 markah] [2009, No.18]

Jawapan :

\Rightarrow kamiran tentu ~ 5

49 Diberi $\int_1^5 g(x) dx = 8$, cari

(a) nilai $\int_5^1 g(x) dx$,

(Jwp : -8)

(b) nilai k jika $\int_1^5 [kx - g(x)] dx = 10$.

(Jwp : $\frac{3}{2}$)

[4 markah] [2006, No.21]

Jawapan :

(a)

(b)

50 Diberi bahawa $\int_2^7 f(x) dx = 10$, cari

(a) nilai $\int_7^2 f(x) dx$,

(b) nilai k jika $\int_2^7 [f(x) - k] dx = 25$.

(Jwp : -3)

[3 markah] [2012, No.21]

Jawapan :

(a)

(b)

51 Diberi $\int_3^k f(y) dy = \frac{3}{2}$, cari

(a) $\int_k^3 4f(y) dy$

(b) nilai k dengan keadaan $\int_3^k [2 - f(y)] dy = 4$.

(Jwp : $\frac{23}{4}$)

[43 markah] [2019, No.18]

Jawapan :

(a) (b)

⇒ kamiran tentu ~ 6

52 Diberi $\int_0^1 f(x) dx = 3$ dan $\int_1^4 f(x) dx = 5$. Cari $\int_4^0 [2f(x) - x] dx$.

(Jwp : -8)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

53 Diberi bahawa $\int_{-2}^1 h(x) dx = \int_1^3 h(x) dx = 6$, cari nilai $\int_{-2}^3 [3h(x) - 2] dx$.

(Jwp : 26)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 54 Diberi bahawa $\int_{-2}^3 f(x) dx = 5$, $\int_{-2}^1 f(x) dx = 2$, dan $\int_3^1 g(x) dx = k$, cari nilai k dengan keadaan $\int_1^3 [kf(x) + g(x) - kx] dx = 6$. (Jwp : -3)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

⇒ kamiran tentu ~ 7

- 55 Diberi bahawa $\int_1^3 f(x) dx = 7$, cari nilai $\int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 [f(x) - 5] dx$. (Jwp : 2)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 56 Diberi $\int_1^4 f(x) dx = 5$, cari nilai $\int_1^2 3f(x) dx - \int_4^2 [3f(x) + 5x] dx$. (Jwp : 45)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

⇒ *kamiran tentu ~ 8 - kamiran melalui songsangan kepada pembezaan*

57 Diberi $\frac{d}{dx}\left(\frac{2x}{3-x}\right) = g(x)$, cari $\int_1^2 g(x) dx$.

(Jwp : 3)

[3 markah] [2010, No.19]

Jawapan :

58 Diberi $y = \frac{5x}{x^2 + 1}$ dan $\frac{dy}{dx} = g(x)$, cari nilai $\int_0^3 2g(x) dx$.

(Jwp : 3)

[3 markah] [2011, No.19]

Jawapan :

59 Diberi bahawa $y = \sin x$ dan $\frac{dy}{dx} = \cos x$, cari nilai $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \frac{2}{3} \cos x dx$.

(Jwp : $\frac{2}{3}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 60 Diberi bahawa $\frac{d}{dx} f(x) = g(x)$, $\int_1^3 2g(x) dx = 4$, dan $f(1) = 1$. Cari nilai $f(3)$. (Jwp : 3)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 61 Diberi bahawa $y = \frac{1}{8}(2x-1)^4$ dan $\frac{dy}{dx} = p(x)$, cari nilai $\int_1^2 \frac{1}{2}p(x) dx$.

(Jwp : 5)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 62 (a) Tunjukkan bahawa $\frac{d}{dx} \left(\frac{3x^2 - 4\sqrt{x}}{x} \right) = \frac{3x^2 + 2\sqrt{x}}{x^2}$. [2 markah]

- (b) Seterusnya, cari nilai $\int_1^9 \frac{3x^2 + 2\sqrt{x}}{2x^2} dx$. (Jwp : $\frac{40}{3}$) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

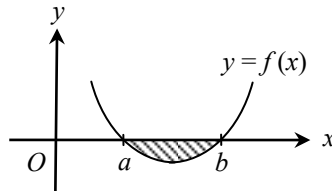
- (a) (b)

3.3.2 Menyiasat dan menerangkan perkaitan antara had bagi hasil tambah luas segi empat tepat dengan luas di bawah suatu lengkung.

3.3.3 Menentukan luas suatu rantau.

⇒ *luas 1*

63 Rajah menunjukkan graf lengkung $y = f(x)$ yang memotong paksi-x di $x = a$ dan $x = b$.



Diberi luas rantau berlorek ialah 5 unit², cari nilai $\int_a^b 2f(x) dx$.

(Jwp : -10)

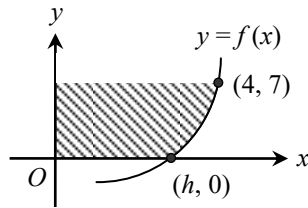
[2 markah] [2006, No.20]

Jawapan :

MINDA :

	<p>luas n jalur segi empat tepat / luas di bawah lengkung</p> $= \sum_{i=1}^n y_i \delta x = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n y_i \delta x = \int_a^b y dx$ $\delta x = \frac{b-a}{n} \sim n \rightarrow \infty, \delta x \rightarrow 0$
<p>luas berlorek pada paksi-x</p> $= \int_a^b y dx = \int_a^b f(x) dx$	<p>luas berlorek pada paksi-y</p> $= \int_a^b x dy = \int_a^b f^{-1}(y) dy$
	<ul style="list-style-type: none"> • $\int_a^b f(x) dx = h \Rightarrow$ luas $P = h^{(+)}$ • $\int_b^c f(x) dx = k \Rightarrow$ luas $Q = k ^{(-)}$
	<ul style="list-style-type: none"> • $\int_b^c f^{-1}(y) dy = h \Rightarrow$ luas $P = h^{(+)}$ • $\int_a^b f^{-1}(y) dy = k \Rightarrow$ luas $Q = k ^{(-)}$

- 64 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = f(x)$ yang melalui titik-titik $(h, 0)$ dan $(4, 7)$



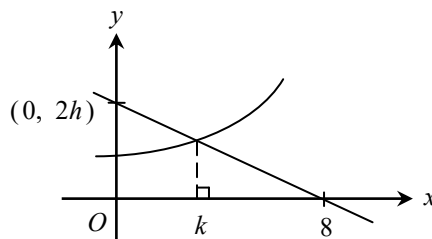
Diberi luas kawasan berlorek ialah 22 unit^2 , cari nilai $\int_h^4 f(x) dx$.

(Jwp : 6)

[4 markah] [2009, No.21]

Jawapan :

- 65 Rajah menunjukkan graf bagi suatu lengkung $y = g(x)$ dan garis lurus $y = f(x)$.



Diberi $\int_0^k g(x) dx + \int_k^8 f(x) dx = 10$.

- (a) Pada rajah di atas, lorekkan rantau yang diwakili oleh $\int_0^k g(x) dx + \int_k^8 f(x) dx$.
 (b) Cari luas, dalam sebutan h , bagi rantau yang dibatasi oleh paksi-y, $y = g(x)$ dan $y = f(x)$.

(Jwp : $8h - 10$)

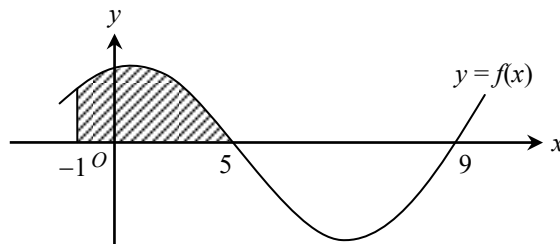
[4 markah] [2015, No.17]

Jawapan :

(a)

(b)

- 66 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = f(x)$.



Kawasan berlorek ditakrifkan sebagai $\int_a^b f(x) dx = 4$.

- (a) Nyatakan nilai a dan nilai b .
 (b) Diberi bahawa luas kawasan yang dibatasi oleh $y = f(x)$ dan paksi-x dari $x = -1$ ke $x = 9$ ialah 12.

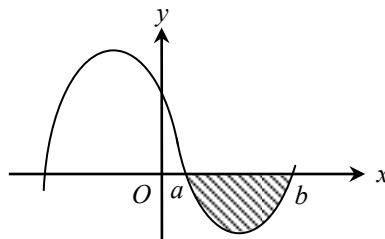
Nyatakan nilai $\int_5^9 f(x) dx$.

[2 markah] [2017, No.2]

Jawapan :

- (a) (b)

- 67 Rajah menunjukkan kawasan berlorek yang dibatasi oleh graf $y = g(x)$ dan paksi-x dari $x = a$ ke $x = b$.



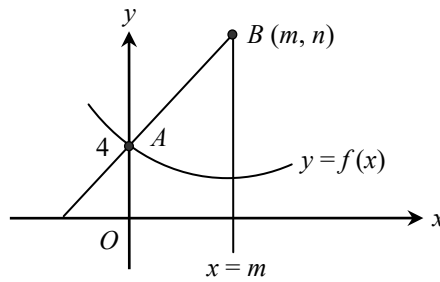
- (a) Diberi bahawa $\frac{d}{dx} [2h(x)] = g(x)$ dan $[h(x)]_a^b = -7$. Nyatakan luas kawasan berlorek.
 (b) Graf $y = g(x)$ melalui titik $(3, 19)$. Diberi $\frac{d}{dx} [g(x)] = 3x^2 + 2x - 6$, cari $g(x)$ dalam sebutan x .

[Jwp : $g(x) = x^3 + x^2 - 6x + 1$]
 [4 markah] [2019, No.19]

Jawapan :

- (a) (b)

68 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = f(x)$, yang melalui paksi-y pada A.



- (a) Garis lurus mempunyai kecerunan 3. Ungkapkan n dalam sebutan m . (Jwp : $n = 3m + 4$)
- (b) Diberi $\int_0^m f(x) dx = 12$ dan luas rentas yang dibatasi oleh garis AB , $y = f(x)$ dan $x = m$ ialah 66 unit^2 . Cari nilai m . (Jwp : 6)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

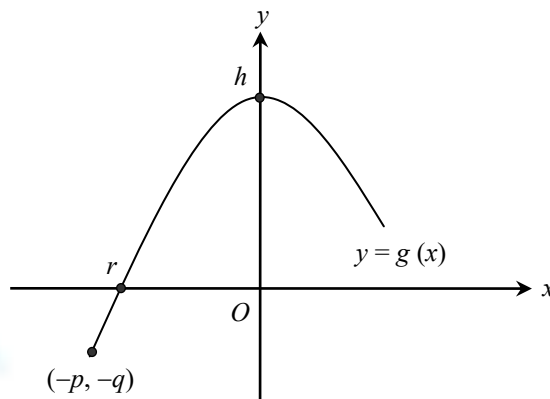
- (a) (b)

69 Rajah di ruang jawapan menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = g(x)$. Pada rajah di ruang jawapan, lorekkan luas kawasan yang diwakili oleh yang berikut :

$$\int_{-q}^h -p dy - \left[\left| \int_{-p}^r g(x) dx \right| - \int_0^r g(x) dx \right]$$

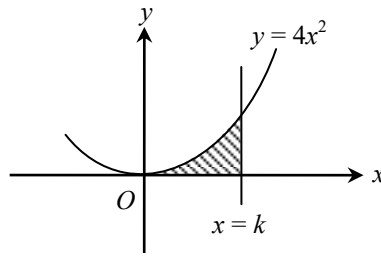
[2markah] [Ramalan]

Jawapan :



⇒ luas 2

- 70 Rajah menunjukkan lengkung $y = 4x^2$ dan garis lurus $x = k$.

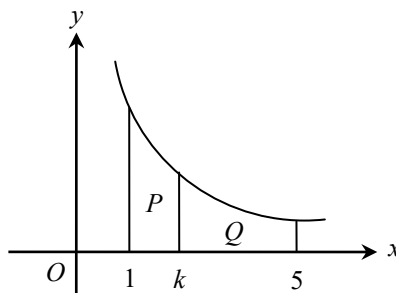


Jika luas rantau berlorek ialah 36 unit², carikan nilai k .

(Jwp : 3)
[3 markah] [2003, No.18]

Jawapan :

- 71 Rajah menunjukkan lengkung $y = \frac{5}{x^2}$.

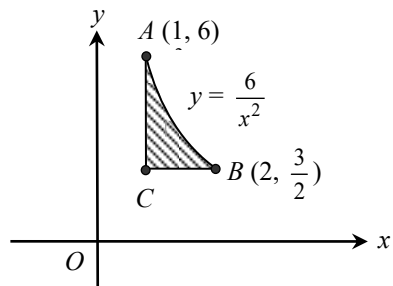


Diberi luas kawasan P adalah sama dengan luas kawasan Q . Cari nilai k .

(Jwp : $\frac{5}{3}$)
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 72 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = \frac{6}{x^2}$, garis lurus $x = 1$ dan garis lurus $y = \frac{3}{2}$.



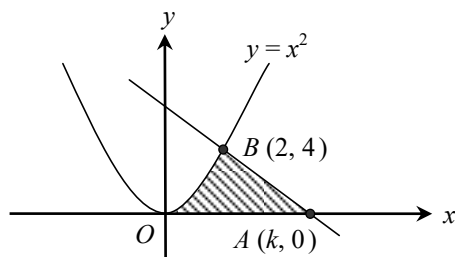
Cari luas, dalam unit², kawasan berlorek ABC .

(Jwp : $\frac{3}{2}$)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 73 Dalam rajah, garis lurus AB bersilang lengkung $y = x^2$ pada titik $B(2, 4)$.



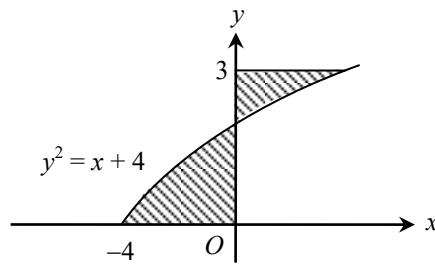
Diberi bahawa luas kawasan berlorek ialah $10\frac{2}{3}$ units². Cari nilai k .

(Jwp : 6)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 74 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung, $y^2 = x + 4$.



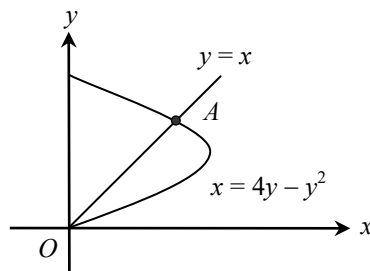
Cari luas, dalam unit², kawasan berlorek.

(Jwp : $\frac{23}{3}$)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 75 Rajah menunjukkan lengkung $x = 4y - y^2$ yang bersilang dengan garis lurus $y = x$ pada titik A.



Cari luas, dalam unit², kawasan yang dibatasi oleh lengkung $x = 4y - y^2$ dan garis lurus $y = x$. (Jwp : $\frac{9}{2}$)

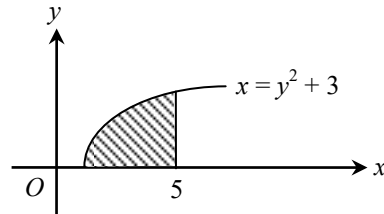
[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

3.3.3 Menyiasat dan menerangkan perkaitan antara had bagi hasil tambah isi padu silinder dengan isi padu janaan daripada kisanan suatu rantau.

3.3.5 Menentukan isi padu janaan bagi suatu rantau yang dikisarkan pada paksi-x atau paksi-y.

76 Rajah menunjukkan graf $x = y^2 + 3$ dan $x = 5$.



Hitungkan isipadu janaan, dalam sebutan π , apabila kawasan berlorek dikisarkan melalui 360° pada paksi-x. (Jwp : 2π)

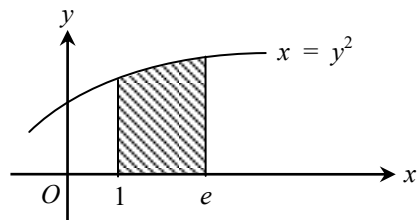
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MINDA :

	<p>isi padu n silinder / Isi padu janaan</p> $= \sum_{i=1}^n \pi (y_i)^2 \delta x = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n \pi (y_i)^2 \delta x = \pi \int_a^b y^2 dx$ $\delta x = \frac{b-a}{n} \sim n \rightarrow \infty, \delta x \rightarrow 0$	
<p>isi padu luas lorek dikisar 360° melalui paksi-x</p> $\pi \int_a^b y^2 dx$	<p>revolved</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>90° [$\times \frac{1}{4}$]</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>180° [$\times \frac{1}{2}$]</p> </div> </div>	<p>isi padu luas lorek dikisar 360° melalui paksi-y</p> $\pi \int_a^b x^2 dy$
$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	$\Rightarrow V = \pi r^2 h$	

- 77 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $x = y^2$.



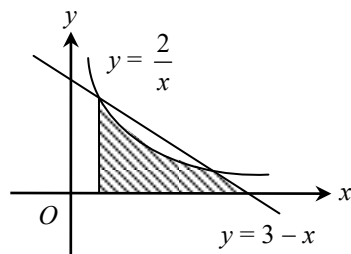
Rantau berlorek yang dibatasi oleh lengkung itu, garis lurus $x = 1$, dan $x = e$ dan paksi- x dikisarkan melalui 360° pada paksi- x . Diberi isipadu yang dijanakan ialah $\frac{3\pi}{2}$ unit padu. Cari nilai e . (Jwp :

2)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 78 Rajah menunjukkan lengkung $y = \frac{2}{x}$ dan garis lurus $y = 3 - x$.

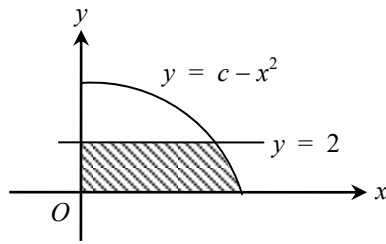


Hitungkan isipadu janaan, dalam sebutan π , apabila kawasan berlorek diputarkan melalui 360° pada paksi- x . (Jwp : $\frac{7}{3}\pi$)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- 79 Rantau yang berlorek dalam rajah diputarakan melalui 180° pada paksi-y.

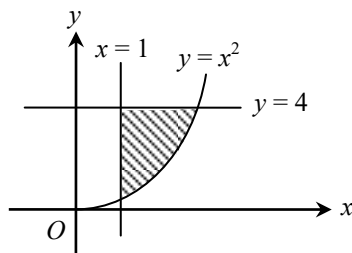


Jika isipadu pepejal yang dijanakan ialah 3π unit³, cari nilai c .

Jawapan :

(Jwp : 4)
[3 markah] [Ramalan]

- 80 Rajah menunjukkan lengkung $y = x^2$, garis lurus $x = 1$ dan garis lurus $y = 4$.



Hitungkan isipadu janaan, dalam sebutan π , apabila kawasan berlorek dikisarkan melalui 360° pada paksi-y.

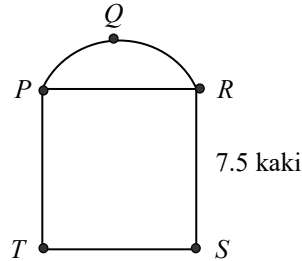
Jawapan :

(Jwp : $\frac{9}{2}\pi$)
[4 markah] [Ramalan]

3.4 Aplikasi pengamiran

3.4.1 Menyelesaikan masalah yang melibatkan pengamiran. ~ luas dan isi padu

81 Rajah menunjukkan pandangan hadapan sebuah pintu.

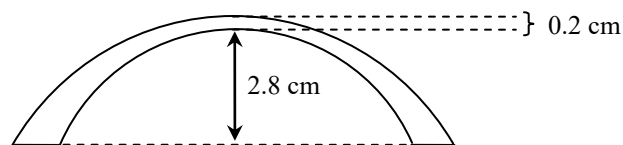


PQR ialah sebahagian daripada graf $y = 9 - \frac{x^2}{6}$. Q ialah titik tertinggi dari TS . Cari luas permukaan pintu itu.

(Jwp : 51)
[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

82 Rajah menunjukkan keratan rentas sebuah penutup mesin yang dihasilkan oleh mesin pencetak 3D.



Penutup itu diperbuat daripada sejenis plastik. Bahagian dalam dan bahagian luar penutup itu masing-masing boleh diwakili oleh persamaan $y = 2.8 - \frac{1}{15}x^2$ dan $y = k - \frac{1}{20}x^2$.

- (a) Nyatakan nilai k .
- (b) Jika kos bagi 1 cm^3 plastik itu ialah 8 sen, anggarkan kos, dalam RM, plastik yang digunakan untuk menghasilkan 20 penutup yang sama. [Guna $\pi = 3.142$]

(Jwp : 156.85)
[4 markah] [klon buku teks]

Jawapan :

(a)

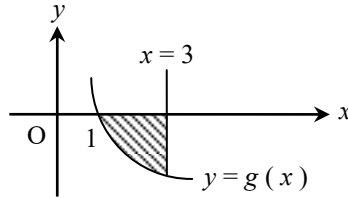
(b)

KERTAS 2

⇒ Bahagian A → 6 – 8 markah

~ luas 1 / kamiran tentu ; persamaan lengkung

- 83 Rajah menunjukkan rantau berlorek yang dibatasi oleh lengkung $y = g(x)$, paksi-x dan garis lurus $x = 3$.



Diberi bahawa luas rantau berlorek ialah 10 unit^2 .

(a) Cari

(i) $\int_1^3 g(x) dx,$

(Jwp : -10)

(ii) $\int_1^3 [x - 2g(x)] dx,$

(Jwp : 24)

[4 markah]

(b) Diberi $g'(x) = 2x - 8$, cari $g(x)$ dalam sebutan x

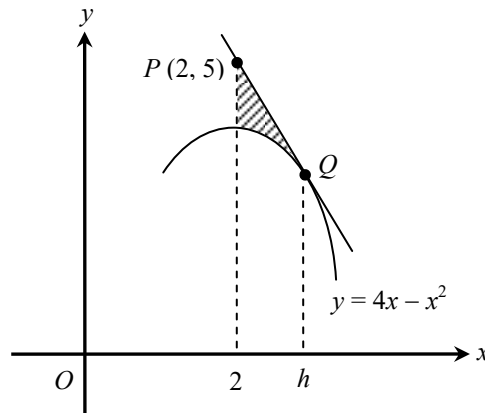
(Jwp : $g(x) = x^2 - 8x + 7$) [3 markah]

[2010, No.4]

Jawapan :

~ *luas 2*

- 84 Rajah menunjukkan lengkung $y = 4x - x^2$ dan tangen kepada lengkung pada titik Q melalui titik P .



- (a) Tunjukkan bahawa $h = 3$.
 (b) Hitung luas rantau berlorek.

[4 markah]

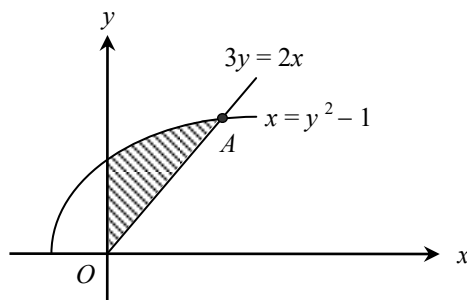
(Jwp : $\frac{1}{3}$) [4 markah]

[2019, No.4]

Jawapan :

~ *isi padu*

- 85 Rajah menunjukkan suatu lengkung $x = y^2 - 1$ yang bersilang dengan garis lurus $3y = 2x$ pada titik A .



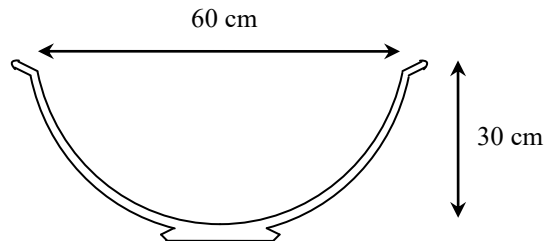
Hitungkan isi padu janaan apabila rantau berlorek itu dikisarkan melalui 360° pada paksi- y .

(Jwp : $\frac{52}{15} \pi$)

[6 markah] [2003, No.9(b)]

Jawapan :

- 86 Rajah menunjukkan pandangan sisi permukaan dalam bagi sebuah mangkuk yang boleh diwakili oleh persamaan $y = ax^2$.



- (a) Tunjukkan bahawa $a = \frac{1}{30}$. [2 markah]
- (b) Tentukan isi padu, dalam cm^3 , air yang diperlukan bagi mengisi mangkuk itu dengan kedalaman 20 cm. (Jwp : 6000π) [4 markah]
[2014, No.6]

Jawapan :

\Rightarrow Bahagian A \rightarrow 6 – 8 markah

~ pembezaan + pengamiran : pembezaan peringkat kedua ; persamaan lengkung

- 87 (a) Diberi $\frac{dy}{dx} = 2x + 2$ dan $y = 6$ apabila $x = -1$, carikan y dalam sebutan x . (Jwp : $y = x^2 + 2x + 7$) [3 markah]
- (b) Seterusnya, cari nilai x jika $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (x - 1) \frac{dy}{dx} + y = 8$. (Jwp : $-1, \frac{3}{5}$) [4 markah]
[2003, No.3]

Jawapan :

~ *pembezaan + pengamiran : persamaan tangen, persamaan normal ; persamaan lengkung*

88 Suatu lengkung mempunyai fungsi kecerunan $px^2 - 4x$, dengan keadaan p adalah pemalar. Tangen kepada lengkung itu pada titik $(1, 3)$ adalah selari dengan garis lurus $y + x - 5 = 0$. Carikan

(a) nilai p , (Jwp : 3) [3 markah]

(b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = x^3 - 2x^2 + 4$) [3 markah]
[2005, No.2]

Jawapan :

~ *pembezaan + pengamiran : titik pusingan ; persamaan lengkung*

89 Fungsi kecerunan bagi suatu lengkung yang melalui $A(1, -12)$ is $3x^2 - 6x$. Carikan

(a) persamaan lengkung itu, (Jwp : $y = x^3 - 3x^2 - 10$) [3 markah]

(b) koordinat titik-titik pusingan lengkung itu dan tentukan sama ada titik-titik pusingan itu adalah maksimum atau minimum. [Jwp : $(0, -10)$ maksimum ; $(2, -14)$ minimum] [5 markah]
[2004, No.5]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 90 Suatu lengkung dengan fungsi kecerunan $2x - \frac{2}{x^2}$ mempunyai titik pusingan di $(k, 8)$.
- (a) Cari nilai k . (Jwp : 1) [3 markah]
- (b) Tentukan sama ada titik pusingan ini adalah titik maksimum atau titik minimum. (Jwp : minimum) [2 markah]
- (c) Cari persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = x^2 + \frac{2}{x} + 5$) [3 markah]
- [2007, No.4]

Jawapan :

- 91 Fungsi kecerunan suatu lengkung $hx^2 - kx$, dengan keadaan h dan k ialah pemalar. Lengkung itu mempunyai titik pusingan pada $(3, -4)$. Kecerunan tangen kepada lengkung itu pada titik $x = -1$ ialah 8. Cari
- (a) nilai h dan nilai k , (Jwp : $h = 2, k = 6$) [5 markah]
- (b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = \frac{2}{3}x^3 - 3x^2 + 5$) [3 markah]
- [2009, No.3]

Jawapan :

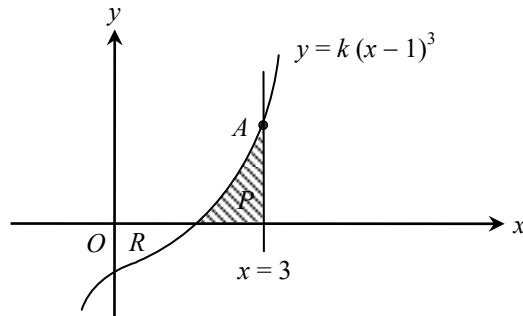
- 92 Suatu lengkung mempunyai fungsi kecerunan $kx - 6$, dengan keadaan k ialah pemalar. Diberi titik minimum bagi lengkung itu ialah $(3, 5)$, cari
- (a) nilai k , (Jwp : 2) [3 markah]
- (b) pintasan-y bagi lengkung itu. (Jwp : 14) [3 markah]
- [2012, No.3]

Jawapan :

⇒ *Bahagian B* → 10 markah

~ *pembezaan + pengamiran : persamaan tangen, kecerunan normal - 1 ; luas, isi padu*

93 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = k(x - 1)^3$, dengan keadaan k adalah pemalar.



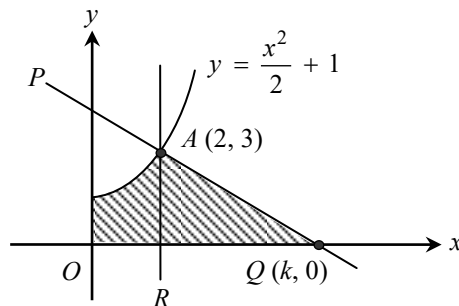
Lengkung itu bersilang dengan garis lurus $x = 3$ di titik A . Di titik A , $\frac{dy}{dx} = 24$.

- (a) Cari nilai k . (Jwp : 2) [3 markah]
- (b) Seterusnya, hitung
- (i) luas rantau berlorek P , (Jwp : 8)
- (ii) isi padu yang dijanakan, dalam sebutan π , apabila rantau R yang dibatasi oleh lengkung itu, paksi- x dan paksi- y , dikisarkan melalui 360° pada paksi- x . (Jwp : $\frac{4}{7} \pi$)

[7 markah] [2007, No.10]

Jawapan :

- 94 Dalam rajah, garis lurus PQ ialah normal kepada lengkung $y = \frac{x^2}{2} + 1$ pada $A(2, 3)$. Garis lurus AR adalah selari dengan paksi- y .



Cari

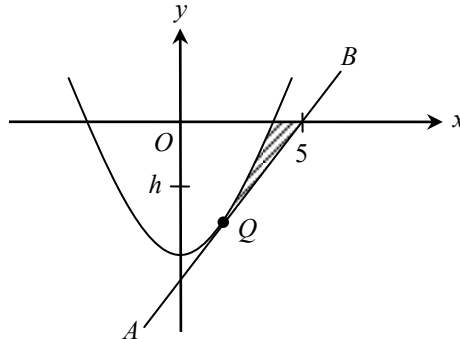
- (a) nilai k , (Jwp : 8) [3 markah]
- (b) luas rantau yang berlorek, (Jwp : $12\frac{1}{3}$) [4 markah]
- (c) isi padu janaan, dalam sebutan π , apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung itu, paksi- y dan garis lurus $y = 3$ dikisarkan melalui 360° dengan paksi- y . (Jwp : 4π) [3 markah]

[2005, No.8]

Jawapan :

~ *pembezaan + pengamiran : kecerunan tangen, kecerunan normal - 2 ; luas, isi padu*

- 95 Rajah menunjukkan lengkung $y = 2x^2 - 18$ dan garis lurus AB yang merupakan tangen kepada lengkung itu pada titik Q .



Diberi bahawa kecerunan garis lurus AB ialah 4.

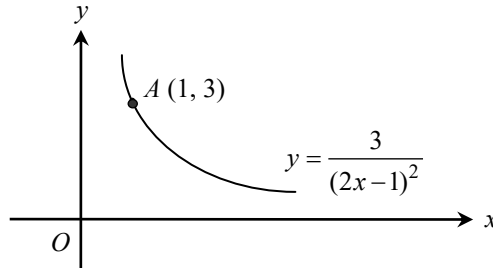
- (a) Cari koordinat titik Q . [Jwp : (1, -16)] [2 markah]
- (b) Hitung luas rantau berlorek. (Jwp : $13\frac{1}{3}$) [5 markah]
- (c) Apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung, paksi- x dan garis lurus $y = h$ diputarakan melalui 180° pada paksi- y , isi padu kisaran ialah 65π unit³. Cari nilai h . (Jwp : -10) [3 markah]

[2017, No.11]

Jawapan :

~ *pembezaan + pengamiran : persamaan tangen, persamaan normal ; luas, isi padu*

- 96 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = \frac{3}{(2x-1)^2}$ yang melalui $A(1, 3)$.

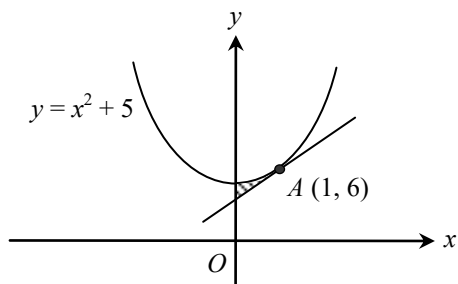


- (a) Carikan persamaan tangen kepada lengkung itu pada titik A . (*Jwp* : $y = -12x + 15$) [4 markah]
 (b) Suatu rantau dibatasi oleh lengkung itu, paksi- x , garis lurus $x = 2$ dan garis lurus $x = 3$.
 (i) Carikan luas rantau itu. (*Jwp* : $\frac{1}{5}$)
 (ii) Rantau itu dikisarkan melalui 360° pada x -axis. Carikan isi padu janaan, dalam sebutan π . (*Jwp* : $\frac{49}{1125}\pi$)

[6 markah] [2004, No.10]

Jawapan :

- 97 Rajah menunjukkan lengkung $y = x^2 + 5$ dan tangen kepada lengkung itu pada titik $A(1, 6)$.

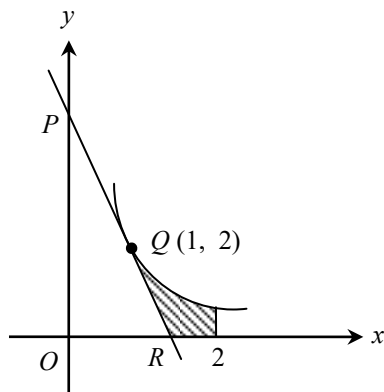


Hitung

- (a) persamaan tangen pada A , (Jwp : $y = 2x + 4$) [3 markah]
 (b) luas rantau berlorek, (Jwp : $\frac{1}{3}$) [4 markah]
 (c) isi padu kisanan, dalam sebutan π , apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung itu dan garis lurus $y = 7$ diputarakan melalui 360° pada paksi- y . (Jwp : 2π) [3 markah]
[2008, No. 7]

Jawapan :

- 98 Rajah menunjukkan lengkung $y = \frac{8}{(3x-1)^2}$. Garis lurus PR ialah tangen kepada lengkung pada $Q(1, 2)$.



Cari

- (a) persamaan garis lurus PR ,
 (b) luas rantau yang berlorek.

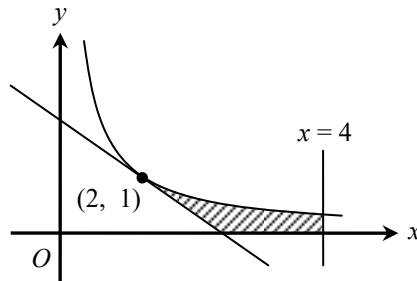
(Jwp : $y = -6x + 8$) [4 markah]

(Jwp : $\frac{7}{15}$) [6 markah]

[2014, No.8]

Jawapan :

- 99 Rajah menunjukkan lengkung $y = \frac{4}{x^2}$ dan garis lurus $y = mx + c$. Garis lurus $y = mx + c$ ialah tangen kepada lengkung pada $(2, 1)$.



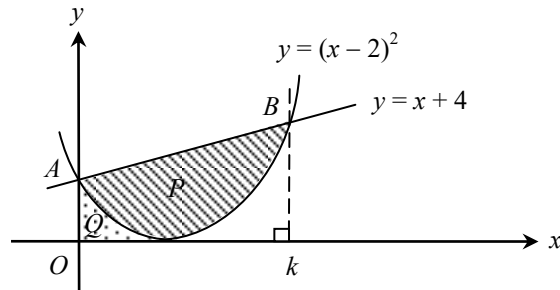
- (a) Cari nilai m dan nilai c . (Jwp : $m = -1, c = 3$) [3 markah]
- (b) Hitung luas kawasan berlorek. (Jwp : $\frac{1}{2}$) [4 markah]
- (c) Diberi bahawa isi padu kisan apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung, paksi- x , garis lurus $x = 2$ dan $x = k$ diputarkan melalui 360° pada paksi- x ialah $\frac{38\pi}{81}$ unit³. Cari nilai k , dengan keadaan $k > 2$. (Jwp : 3) [3 markah]
[2016, No.8]

Jawapan :

⇒ **Bahagian B** → 10 markah

~ **titik persilangan ; luas, isi padu**

100 Rajah menunjukkan garis lurus $y = x + 4$ yang menyilang lengkung $y = (x - 2)^2$ pada titik A dan B .



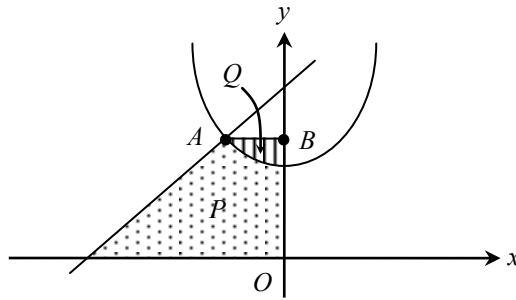
Cari

- (a) nilai k , (Jwp : 5) [2 markah]
- (b) luas rantau berlorek P , (Jwp : $20\frac{5}{6}$) [5 markah]
- (c) isi padu janaan, dalam sebutan π , apabila rantau berlorek Q dikisarkan melalui 360° pada paksi- x . (Jwp : $\frac{32}{5}\pi$) [3 markah]

[2006, No.8]

Jawapan :

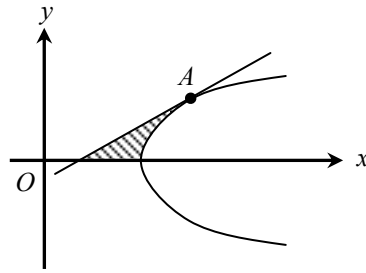
101 Rajah menunjukkan garis lurus $y = x + 6$ menyilang lengkung $y = \frac{1}{4}x^2 + 3$ pada titik A .



- (a) Cari koordinat A . [Jwp : $(-2, 4)$] [2 markah]
- (b) Hitung
- (i) luas rantau yang berlorek P , (Jwp : $\frac{44}{3}$)
- (ii) isi padu kisanan, dalam sebutan π , apabila rantau berlorek Q diputarakan melalui 360° pada paksi- y . (Jwp : 2π)
- [8 markah] [2015, No.8]

Jawapan :

- 102 Rajah menunjukkan garis lurus $4y = x - 2$ menyentuh lengkung $x = y^2 + 6$ pada titik A .



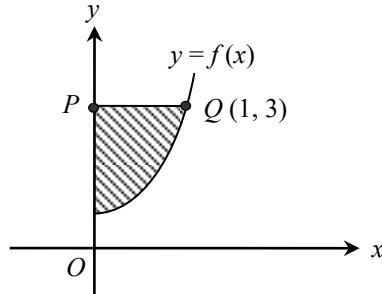
Cari

- (a) koordinat A , [Jwp : (10, 2)] [2 markah]
(b) luas rantau berlorek, (Jwp : $\frac{8}{3}$) [5 markah]
(c) isi padu kisanan, dalam sebutan π , apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung dan garis lurus $x = 8$ dikisar 180° pada paksi- x . (Jwp : 2π) [3 markah]
[2018, No.10]

Jawapan :

~ *persamaan lengkung ; luas, isi padu*

- 103 Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = f(x)$ yang melalui $Q(1, 3)$. Garis lurus PQ adalah selari dengan paksi-x.



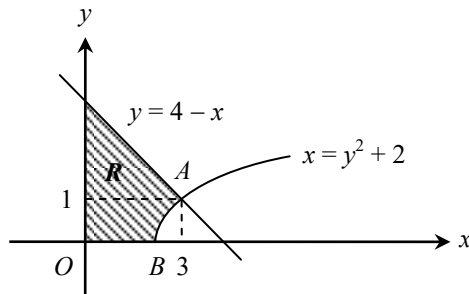
Lengkung itu mempunyai fungsi kecerunan $2x$. Cari

- (a) persamaan lengkung itu, (*Jwp* : $y = x^2 + 2$) [3 markah]
- (b) luas rantau berlorek, (*Jwp* : $\frac{2}{3}$) [4 markah]
- (c) isipadu kisanan, dalam sebutan π , apabila rantau berlorek diputarakan melalui 360° pada paksi-y. (*Jwp* : $\frac{1}{2}\pi$) [3 markah]
- [2011, No.8]**

Jawapan :

~ *luas, isi padu*

- 104** Rajah menunjukkan lengkung $x = y^2 + 2$ bersilang dengan garis lurus $y = 4 - x$ pada $A (3, 1)$ dan paksi- x pada titik B .



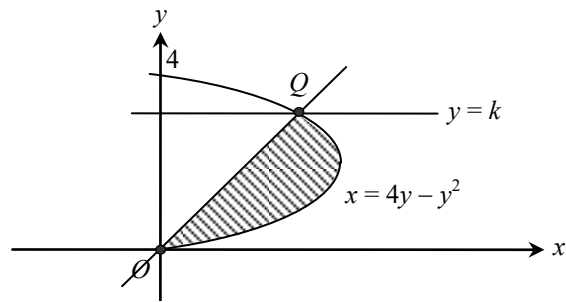
Cari

- (a) koordinat titik B , [Jwp : (2, 0)] [1 markah]
 (b) luas rantau berlorek R , (Jwp : $\frac{41}{6}$) [6 markah]
 (c) isi padu yang dijanakan, dalam sebutan π , apabila rantau yang dibatasi oleh lengkung $x = y^2 + 2$, garis lurus $x = 3$ dan paksi- x dikisarkan melalui 360° pada paksi- x . (Jwp : $\frac{\pi}{2}$) [3 markah]

[2013, No.8]

Jawapan :

- 105 Rajah menunjukkan garis lurus OQ dan garis lurus $y = k$ yang menyalang lengkung $x = 4y - y^2$ pada titik Q .



Diberi bahawa luas rantau berlorek ialah $\frac{9}{2}$ unit².

- (a) Cari nilai k . (Jwp : 3) [6 markah]
- (b) Rantau yang dibatasi oleh lengkung itu dengan paksi- y dikisarkan melalui 360° pada paksi- y .
Cari isi padu kisanan, dalam sebutan π . (Jwp : $\frac{512}{15}\pi$) [4 markah]

[2009, No. 7]

Jawapan :

RAMALAN

⇒ *Bahagian A* → 6 – 8 markah

~ *persamaan lengkung*

106 Suatu cecair dalam makmal dipanaskan sehingga suhu cecair itu menjadi 150°C . Cecair itu dibiarkan sejuk dan pada masa t saat kemudian, suhu cecair, $T^{\circ}\text{C}$, menurun pada kadar $\frac{dT}{dt} = -\frac{5}{(t-3)^2}$.

(a) Tunjukkan bahawa $3T = \frac{15}{t-3} + 455$. [4 markah]

(b) Cari masa yang diambil untuk suhu cecair itu menjadi separuh daripada suhu awal. (*Jwp* : $2\frac{43}{46}$) [2 markah]

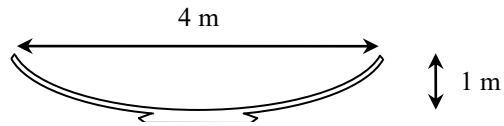
Jawapan :

- 107** Populasi bakteria, P , dalam suatu kultur bertambah pada kadar $\frac{dP}{dt} = t^2 + 4t + k$, dengan k ialah pemalar dan t ialah masa dalam minit. Pada awalnya, $P = 5$ dan tiga minit kemudian, $P = 569$.
- (a) Tunjukkan bahawa $k = 179$. [4 markah]
- (b) Hitung populasi, P , bagi bakteria itu apabila $t = 6$. (*Jwp* : 1223) [2 markah]

Jawapan :

~ *luas, isi padu*

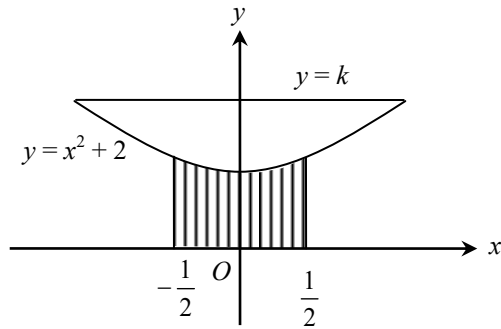
- 108 Rajah menunjukkan pandangan sisi permukaan dalam bagi sebuah bekas berbentuk parabola dengan diameter 4 m dan tinggi 1 m.



- (a) Tunjukkan bahawa persamaan parabola itu diberi oleh $y = \frac{1}{4}x^2$. [2 markah]
- (b) Tentukan luas permukaan, dalam cm^2 , pandangan sisi bagi bekas itu. (Jwp : $2\frac{2}{3}$) [3 markah]
- (c) Tentukan ruang, dalam cm^3 , bagi bekas itu. (Jwp : 2π) [3 markah]

Jawapan :

- 109 Dionysia mempunyai hobi menanam bunga pada waktu lapang. Rajah menunjukkan pandangan sisi pasu dan tapak pemegang pasu. Kawasan berlorek merupakan tapak pemegang pasu



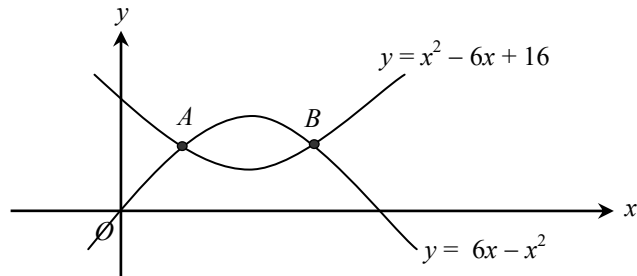
- (a) Hitungkan luas rantau berlorek. (Jwp : $\frac{25}{12}$) [3 markah]
- (b) Isipadu pasu yang terhasil apabila rantau yang terbatas oleh lengkung $y = x^2 + 2$ dan garis $y = k$ dikisarkan melalui 180° pada paksi- y ialah $\frac{1}{2} \pi$ unit³, carikan nilai k . (Jwp : 3) [4 markah]

Jawapan :

⇒ **Bahagian B** → 10 markah

~ **luas, isi pau**

- 110 (a) Rajah menunjukkan lengkung $y = x^2 - 6x + 16$ dan $y = 6x - x^2$ yang bersilang pada titik A dan titik B.



Cari

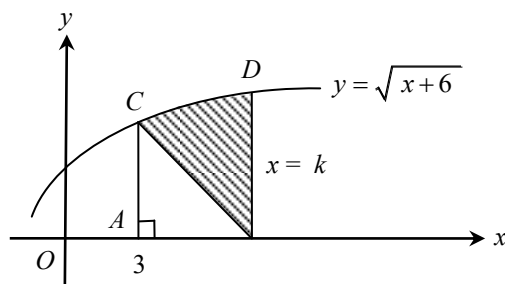
- (i) koordinat A dan B, [Jwp : A (2, 8), B (4, 8)]

- (ii) luas kawasan yang dibatasi oleh lengkung $y = x^2 - 6x + 16$ dan $y = 6x - x^2$. (Jwp : $2\frac{2}{3}$)

[5 markah]

Jawapan :

- (b) Rajah menunjukkan sebahagian daripada lengkung $y = \sqrt{x+6}$, garis lurus $x = k$ dan garis lurus AC.



Apabila kawasan berlengkung dikisarkan 360° pada paksi-x, isipadu yang dijanakan ialah $42\frac{1}{2}\pi$ unit³. Cari nilai k . (Jwp : 8) [5 markah]

Jawapan :

⇒ *Bahagian A* → 6 – 8 markah

~ *pembezaan + pengamiran : pengamiran sebagai songsangan kepada pembezaan*

111 (a) Bezakan $\frac{x^2}{2x-1}$ terhadap x .

(Jwp : $\frac{2x(x-1)}{(2x-1)^2}$) [3 markah]

(b) Seterusnya, atau dengan cara lain, cari $\int_0^1 \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2} dx$.

(Jwp : 2) [3 markah]

Jawapan :

~ *pembezaan + pengamiran : persamaan tangen, persamaan normal ; persamaan lengkung*

112 Suatu lengkung mempunyai fungsi kecerunan $2x + k$, dengan keadaan k ialah pemalar. Jika tangen kepada lengkung pada titik $(3, 6)$ melalui asalan, cari

(a) nilai k ,

(Jwp : -4) [3 markah]

(b) persamaan lengkung itu.

(Jwp : $y = x^2 - 4x + 9$) [3 markah]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

113 Fungsi kecerunan pada sebarang titik (x, y) diberi oleh $kx + 4$, dengan keadaan k ialah pemalar. Jika $y - 10x + 1 = 0$ ialah tangen kepada lengkung pada titik $(1, 9)$, cari

(a) nilai k , (Jwp : 6) [3 markah]

(b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = 3x^2 + 4x + 2$) [3 markah]

Jawapan :

114 Terbitan kedua bagi suatu lengkung diberi oleh $\frac{d^2y}{dx^2} = 1 + 2x + x^2$. Jika tangen kepada lengkung pada titik $(1, -1)$ ialah $y = x - q$, dengan keadaan q ialah pemalar, cari

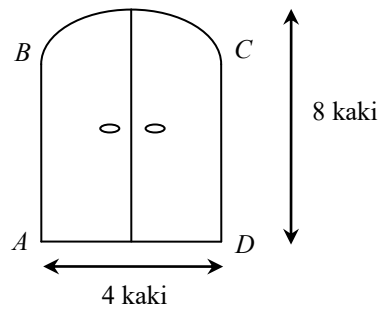
(a) nilai q , (Jwp : 2) [2 markah]

(b) persamaan lengkung itu. (Jwp : $y = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{12} - \frac{4}{3}x - \frac{7}{12}$) [5 markah]

Jawapan :

~ *pembezaan + pengamiran : titik pusingan ; persamaan lengkung*

- 115 Walter ingin membuat pintu dengan bahagian atasnya berbentuk parabola seperti yang ditunjukkan dalam rajah.



Diberi bahawa fungsi kecerunan lengkung BC ialah $px + 2$, dengan keadaan p ialah pemalar. (Anggapkan titik A sebagai asalan)

- (a) Cari persamaan lengkung BC dalam bentuk $y = ax^2 + bx + c$, dengan keadaan a , b dan c ialah pemalar. (Jwp : $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$) [3 markah]
- (b) Hitung kos, dalam RM, untuk membuat pintu itu jika harganya RM30 setiap kaki persegi. (Jwp : 880) [3 markah]

Jawapan :

- 116 Diberi $\frac{dy}{dx} = 2x^3 - 16$ dan $y = 4\frac{1}{2}$ apabila $x = -1$, cari

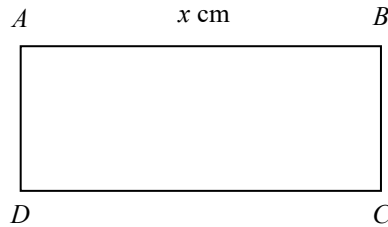
- (a) nilai x apabila y adalah minimum (Jwp : 2) [2 markah]
- (b) nilai minimum y . (Jwp : -36) [4 markah]

Jawapan :

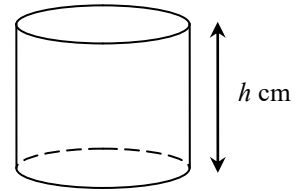
⇒ **Bahagian B** → 10 markah

~ **pembezaan + pengamiran** :

- 117 (a) Rajah (a) menunjukkan sekeping kad manila berbentuk segiempat tepat $ABCD$. Sisi AD dan BC dicantumkan untuk membentuk sebuah silinder terbuka dengan tinggi h cm seperti yang ditunjukkan pada rajah (b). Perimeter $ABCD$ ialah 48 cm dan isipadu silinder ialah v cm³.



Rajah (a)



Rajah

(b)

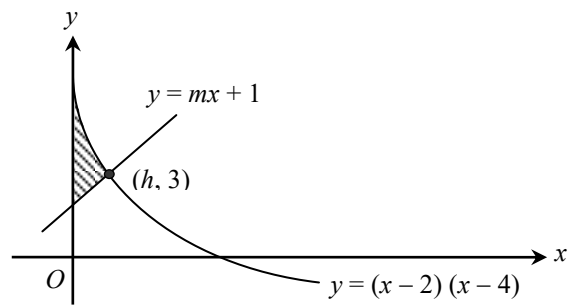
- (i) Tunjukkan bahawa $v = \frac{x^2}{4\pi} (24 - x)$.
- (ii) Cari nilai x dan nilai h supaya isipadu silinder itu maksimum. (Jwp : $x = 16$, $h = 8$)

[5 markah]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- (b) Rajah menunjukkan garis lurus $y = mx + 1$ bersilang dengan lengkung $y = (x - 2)(x - 4)$ pada titik $(h, 3)$.



Cari

- (i) nilai h dan nilai m ,
(ii) luas rantau yang berlorek.

(Jwp : $h = 1, m = 2$)

(Jwp : $3\frac{1}{3}$)

[5 markah]

Jawapan :

PILIHATUR DAN GABUNGAN

- ONE PAGE NOTE (OPN) - LEMBARAN KERJA

Dr Ma Chi Nan

TINGKATAN 5 TOPIK 4: PILIH ATUR DAN GABUNGAN			
PETUA PENDARABAN			
Jika suatu peristiwa boleh berlaku dalam m cara dan suatu peristiwa kedua boleh berlaku dalam n cara, maka kedua-dua peristiwa boleh berlaku dalam $m \times n$ cara.			
PILIH ATUR Tertib susunan adalah penting		GABUNGAN Tertib susunan adalah tidak penting	
Bilangan pilih atur bagi n objek yang berlainan: <div style="text-align: center; margin: 5px 0;"> $\overbrace{\begin{array}{ c c c c c } \hline n & (n-1) & (n-2) & \dots & 2 & 1 \\ \hline \text{pilihan} & \text{pilihan} & \text{pilihan} & \dots & \text{pilihan} & \text{pilihan} \\ \hline \end{array}}^{n \text{ kotak}}$ </div> $n! = {}^n P_n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$	Bilangan pilih atur bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa: <div style="text-align: center; margin: 5px 0;"> $\overbrace{\begin{array}{ c c c c c c } \hline n & (n-1) & (n-2) & \dots & (n-r+1) & (n-r+1) \\ \hline \text{pilihan} & \text{pilihan} & \text{pilihan} & \dots & \text{pilihan} & \text{pilihan} \\ \hline \end{array}}^{r \text{ kotak}}$ </div> ${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ dengan keadaan $r \leq n$.	Bilangan gabungan bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa: ${}^n C_r = \frac{{}^n P_r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$ dengan keadaan $r \leq n$.	
PILIH ATUR MEMBUAT		OBJEK SECAMAN	
Susunan ikut arah jam atau lawan arah jam adalah berbeza (cth: meja bulat, ...)	Susunan ikut arah jam atau lawan arah jam adalah sama (cth: gelang, kalung, ...)	Bilangan pilih atur bagi n objek yang melibatkan objek secaman:	
Bilangan pilih atur membulat bagi n objek yang berlainan: $\frac{n!}{n} = \frac{n(n-1)!}{n} = (n-1)!$	Bilangan pilih atur membulat bagi n objek yang berlainan: $\frac{n!}{2n} \text{ or } \frac{(n-1)!}{2}$	$\frac{n!}{a! b! c! \dots}$ dengan keadaan a, b, c, \dots ialah bilangan objek bagi setiap objek secaman	
Bilangan pilih atur membulat bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa: $\frac{{}^n P_r}{r}$ dengan keadaan $r \leq n$.	Bilangan pilih atur membulat bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa: $\frac{{}^n P_r}{2r}$ dengan keadaan $r \leq n$.		

TOPIK 4 : PILIH ATUR DAN GABUNGAN
[1 – 2 soalan → 3 – 7 markah]

4.1 Pilih Atur

4.1.1 Menyiasat dan membuat generalisasi tentang petua pendaraban.

- 1 Emmanuel perlu memilih sehelai baju dan sehelai seluar panjang daripada 6 baju dan 4 seluar Panjang dalam almari. Cari bilangan cara yang mungkin untuk dia membuat demikian.
(Jwp : 24)

[2 markah]

Jawapan :

- 2 Sebuah duit syiling dan sebuah dadu dilemparkan serentak. Cari bilangan hasil yang mungkin.
(Jwp : 12)

[2 markah]

Jawapan :

- 3 Pasukan Freddie bermain empat pertandingan liga bola sepak secara berturut-turut. Jika keputusan bagi setiap pertandingan ialah sama ada menang, kalah atau seri, cari bilangan hasil yang mungkin daripada empat pertandingan.
(Jwp : 81)

[2 markah]

Jawapan :

- 4 Cari bilangan cara bagi seorang meneka sebuah kod enam digit untuk mengakses sebuah telefon bimbit jika digit boleh diulangi.
(Jwp : 1000000)

[2 markah]

Jawapan :

- 5 Terdapat 8 murid mengambil bahagian dalam suatu acara lumba. Cari bilangan cara bagi tiga tempat pertama untuk dianugerahkan.
(Jwp : 336)

[2 markah]

Jawapan :

- 6 Ahli-ahli jawatankuasa sebuah syarikat terdiri daripada 10 orang. Seorang pengerusi, seorang setiausaha dan seorang bendahari akan dipilih daripada ahli-ahli jawatankuasa. Cari bilangan cara bagi tiga jawatan tersebut diisi.

(Jwp : 720)

[2 markah]

Jawapan :

MINDA :

- Petua Pendaraban
 ~ Jika suatu peristiwa boleh berlaku dalam m cara dan suatu peristiwa kedua boleh berlaku dalam n cara, maka kedua-dua peristiwa boleh berlaku dalam $m \times n$ cara.

4.1.2 Menentukan bilangan pilih atur bagi:

- (i) n objek yang berbeza.
- (ii) n objek yang berbeza diambil r objek pada satu masa.
- (iii) n objek yang melibatkan objek secaman.

4.1.3 Menyelesaikan masalah yang melibatkan pilih atur dengan syarat tertentu.

\Rightarrow **maksud bagi** : $n!$, ${}^n P_r$, ${}^n C_r$ (‘!’ dibaca sebagai faktorial)

- 7 Tuliskan yang berikut dalam sebutan : $(a)(b)(c) \dots$; $(a)(b)(c)!$ dan $(a)(b)!$, dengan keadaan a , b , $c \dots$ ialah integer

(a) $8!$

=

=

=

(b) $(n - 2)!$

=

=

=

- 8 Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai-nilai berikut: [Guna kalkulator untuk menyemak jawapan]

(a) $\frac{9!6!}{5!3!}$

=

- (c) Buktikan $0! = 1$.

MINDA :

$$\bullet n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times (n-4) \times (n-5) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

9 Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai-nilai berikut: [Guna kalkulator untuk menyemak jawapan]

(a) ${}^8P_8 =$

(b) ${}^8P_7 =$

MINDA :

$$\bullet {}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \Rightarrow {}^n P_{r-1} = \frac{n!}{(n-r+1)!} ; {}^n P_{r-2} = \frac{n!}{(n-r+2)!} ; {}^{n-1} P_{r-1} = \frac{(n-1)!}{(n-r)!} ; \dots$$

$$\Rightarrow {}^n P_{r+1} = \frac{n!}{(n-r-1)!} ; {}^n P_{r+2} = \frac{n!}{(n-r-2)!} ; {}^{n-1} P_{r+1} = \frac{(n-1)!}{(n-r-2)!} ; \dots$$

$$\bullet n! = {}^n P_n = {}^n P_{n-1} \Rightarrow \text{contoh : } 8! = {}^8 P_8 = {}^8 P_7$$

(c) ${}^{10}P_5 =$

(d) ${}^{11}P_4 =$

10 Tanpa menggunakan kalkulator, cari nilai-nilai berikut: [Guna kalkulator untuk menyemak jawapan]

(a) ${}^4C_0 =$

(b) ${}^{10}C_7 =$

(c) ${}^6C_2 =$

(d) ${}^6C_4 =$

MINDA :

- ${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} = {}^n C_{n-r} \Rightarrow$ contoh : ${}^6 C_2 = {}^6 C_4$
 $\underbrace{2+4}_{=6}$ ${}^n P_r = {}^n C_r \cdot r!$ $\frac{{}^n P_r}{{}^n P_{r-1}} = n - r + 1$
- ${}^n P_1 = {}^n C_1 = {}^n C_{n-1} = n$
- $0! = 1! = {}^n P_0 = {}^n C_0 = {}^n C_n = 1 \Rightarrow {}^n P_r > 1 \sim r > 0$ dan ${}^n C_r > 1 \sim 0 < r < n$

\Rightarrow selesaikan masalah melibatkan $n!$, ${}^n P_r$, ${}^n C_r$

11 (a) Diberi $n! = {}^n P_r$, nyatakan hubungan antara n dan r . [1 markah]

(b) Diberi ${}^n P_r \times k = {}^n P_{r+1}$, dengan $k > 0$. Ungkapkan n dalam sebutan r dan k .

[1 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

12 Diberi ${}^{n+2} P_3 = 30n$, cari nilai n .

(Jwp : 4)

[Ramalan] [3 markah]

Jawapan :

13 Diberi ${}^{n+1} P_4 = 10({}^n P_2)$, cari nilai n .

(Jwp : 4)

[Ramalan] [3 markah]

Jawapan :

14 Diberi $\frac{{}^n P_3}{2m} = {}^{n-1} P_2$, ungkapkan m dalam sebutan n .

(Jwp : $m = \frac{n}{2}$)

[Johor 2020] [2 markah]

Jawapan :

15 Buktikan : ${}^{n+1} P_r - {}^n P_r = r {}^n P_{r-1}$

[2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

16 Jika ${}^{2n} P_3 = 84n$, tunjukkan bahawa ${}^{n+1} P_2 = \frac{20-n}{2}$.

[3 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

17 (a) Diberi ${}^6 C_n > 1$, senaraikan semua nilai-nilai yang mungkin bagi n .

[1 markah]

(b) Diberi ${}^y C_m = {}^y C_n$, ungkapkan y dalam sebutan m dan n .

[1 markah]

[2018, No.2]

Jawapan :

(a)

(b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

18 Selesaikan yang berikut:

(a) Diberi ${}^{16}C_{r+3} = {}^{16}C_{7-r}$. (Jwp : 2) [2
markah]

(b) Diberi ${}^{30}C_r = {}^{30}C_{r+2}$. (Jwp : 14) [2
markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a) (b)

19 (a) Tanpa menggunakan sifir dan kalkulator, cari nilai bagi

(i) 9P_3 , (Jwp : 504) [1 markah]

(ii) 9C_3 . (Jwp : 84) [1 markah]

(b) Seterusnya, atau dengan cara lain, tunjukkan bahawa ${}^9P_3 = {}^9C_3 \times 3!$. [2 markah]
[Ramalan]

Jawapan :

(a) (i) (b)

(ii)

20 Diberi ${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ dan ${}^nC_r = \frac{{}^nP_r}{r!}$.

(a) Tunjukkan bahawa ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$. [2 markah]

(b) Seterusnya, tanpa menggunakan sifir atau kalkulator, cari nilai bagi ${}^{20}C_3$. (Jwp : 1140)
[1 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a) (b)

21 Diberi ${}^nC_6 = {}^nC_8$.

(a) Tunjukkan bahawa $n^2 - 13n - 14 = 0$

[2 markah]

(b) Seterusnya cari nilai bagi ${}^nC_{12}$.

(Jwp : 91) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

22 Diberi $3({}^nC_4) = 5({}^{n-1}C_5)$, cari nilai nC_9 .

(Jwp : 10)

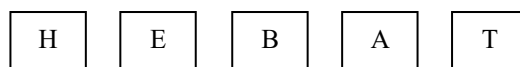
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

⇒ **menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza.**

⇒ **menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza dengan syarat-syarat tertentu.**

23 Rajah menunjukkan lima keping kad huruf yang berlainan.



(a) Carikan bilangan cara susunan yang mungkin, dalam satu baris, semua kad itu. (Jwp: 120)

(b) Carikan bilangan cara susunan itu dengan keadaan huruf E dan A adalah bersebelahan. (Jwp: 48)

[4 markah] [2004, No.23]

Jawapan :

(a)

(b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 24** Dalam rak ada 4 buah buku Sains yang berlainan dan 3 buah buku Matematik yang berlainan. Hitung bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua buku itu dalam satu baris jika
- (a) tiada syarat dikenakan, (Jwp : 5040)
- (b) semua buku Matematik adalah bersebelahan antara satu sama lain. (Jwp : 720)

[4 markah] [2009, No.22]

Jawapan :

(a)

(b)

- 25** Dalam suatu kumpulan yang terdiri daripada 7 murid, 4 orang ialah lelaki dan 3 orang ialah perempuan. Murid-murid tersebut diminta untuk duduk dalam satu barisan. Cari bilangan cara untuk Menyusun mereka jika:
- (a) seorang perempuan perlu duduk di tengah. (Jwp : 2160) [2 markah]
- (b) lelaki dan perempuan duduk secara berselang-seli. (Jwp : 144) [2 markah]

[Ramalan]

Jawapan :

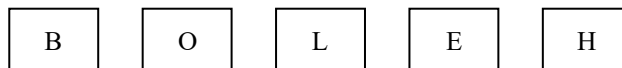
(a)

(b)

MINDA :

- Bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza = $n! = {}^n P_n$

- 26** Rajah menunjukkan lima kad berlainan huruf.



Hitung bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua kad itu dalam satu baris jika

- (a) tiada syarat dikenakan, (Jwp : 120)
- (b) kad pertama dan kad terakhir adalah huruf konsonan. (Jwp : 36)

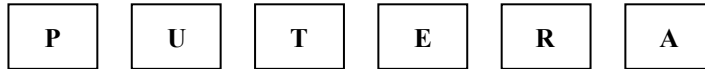
[3 markah] [2016, No.3]

Jawapan :

(a)

(b)

27 Rajah menunjukkan enam kad yang mempunyai huruf berbeza.



Cari bilangan susunan bagi semua huruf jika

- (a) tiada syarat dikenakan, (Jwp : 720)
- (b) huruf P dan A tidak bersama-sama. (Jwp : 480)

[Ramalan] [4 markah]

Jawapan :

(a)

(b)

28 Berapakah nombor lima digit dapat dibentuk daripada digit 0, 2, 5, 8, dan 9 tanpa ulangan jika setiap nombor berakhir dengan digit 9?

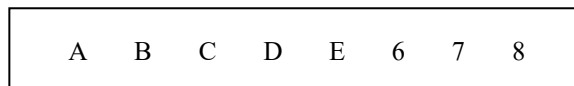
(Jwp : 18)

[Ramalan] [3 markah]

Jawapan :

- ⇒ **Menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza diambil r objek pada satu masa.**
- ⇒ **Menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza diambil r objek pada satu masa dengan syarat-syarat tertentu.**

29 Rajah menunjukkan 5 huruf dan 3 angka.



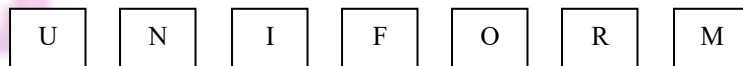
Suatu kod hendak dibentuk menggunakan huruf-huruf dan angka-angka tersebut. Setiap kod mesti mengandungi 3 huruf diikuti dengan 2 angka. Berapa banyak kod boleh dibentuk jika tiada huruf atau angka diulangi dalam setiap kod ?

(Jwp : 360)

[3 markah] [2003, No.22]

Jawapan :

- 30 Rajah menunjukkan tujuh keping kad huruf.



Suatu kod empat huruf hendak dibentuk dengan menggunakan empat daripada kad-kad itu. Cari

- (a) bilangan kod empat huruf yang berlainan yang dapat dibentuk, (Jwp : 840)
 (b) bilangan kod empat huruf yang berlainan yang berakhir dengan huruf konsonan. (Jwp : 480)
 [4 markah] [2006, No.22]

Jawapan :

- (a) (b)

- 31 Rajah menunjukkan enam keping kad nombor.



Suatu nombor empat digit hendak dibentuk dengan menggunakan empat daripada kad-kad ini. Berapa banyak

- (a) nombor yang berlainan yang dapat dibentuk ? (Jwp : 360)
 (b) nombor ganjil yang berlainan yang dapat dibentuk ? (Jwp : 240)
 [4 markah] [2008, No.23]

Jawapan :

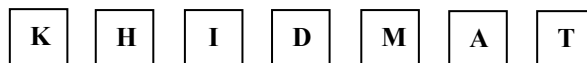
- (a) (b)

MINDA :

- Bilangan pilih atur bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa:

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}, \text{ dengan keadaan } r \leq n.$$

- 32 Rajah menunjukkan tujuh keping kad huruf.



Suatu kod lima huruf hendak dibentuk dengan menggunakan lima daripada kad-kad itu. Cari

- (a) bilangan kod lima huruf yang berlainan yang dapat dibentuk, (Jwp : 2520)
 (b) bilangan kod lima huruf yang berlainan yang bermula dengan huruf vokal dan berakhir dengan huruf konsonan. (Jwp : 600)
 [4 markah] [2011, No.23]

Jawapan :

- (a) (b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 33 Berapakah nombor empat digit dapat dibentuk daripada digit 0, 2, 4, 6, dan 8 jika ulangan tidak dibenarkan?

(Jwp : 96) [2 markah] [*Ramalan*]

Jawapan :

- 34 Berapa banyak nombor yang lebih besar daripada 5000 dapat dibentuk daripada nombor 3, 4, 5, 6 and 9 tanpa ulangan.

(Jwp : 192) [3 markah]

[*Ramalan*]

Jawapan :

- 35 Cari bilangan nombor antara 1500 dan 5000 dapat dibentuk daripada digit 1, 2, 4, 5, 7, and 8 jika setiap digit diguna sekali sahaja.

(Jwp : 156)

[4 markah] [*Ramalan*]

Jawapan :

- 36 Rajah menunjukkan lima keping kad dengan nombor-nombor berlainan.

1 2 3 4 5

- (a) Berapakah nombor berlainan boleh dibentuk dengan menggunakan semua atau sebahagian kad itu? (Jwp : 325) [2 markah]

- (b) Berdasarkan (a), berapakah nombor itu adalah genap ? (Jwp : 130) [4 markah]

[*Ramalan*]

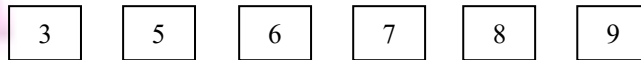
Jawapan :

(a)

(b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

37 Rajah menunjukkan enam keping kad nombor.



Suatu nombor empat digit hendak dibentuk dengan menggunakan empat daripada kad-kad ini. Berapa banyak

(a) nombor ganjil berlainan yang lebih besar daripada 7000 dapat dibentuk ? (Jwp : 120)

(b) nombor ganjil berlainan yang kurang daripada 6600 dapat dibentuk ? (Jwp : 90)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a)

(b)

38 Rajah menunjukkan satu kod laluan empat digit '0131' yang telah ditetapkan oleh San pada telefon pintarnya.



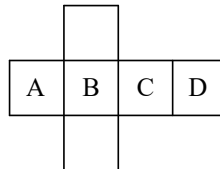
Dia hendak menetapkan semula kod laluan dengan keadaan kod laluan baharu itu tidak boleh mengandungi digit 1 diikuti oleh digit 3. Berapakah bilangan kod laluan berbeza yang dapat dibentuk?

(Jwp: 9701)

[3 markah] [2019, No.22]

Jawapan :

39 Rajah menunjukkan jarring kuib yang dibentuk oleh Atana.



Dia ingin mewarnakan permukaan kuib yang dilabel dengan huruf A, B, C dan D dengan menggunakan warna Pelangi yang berlainan. Cari bilangan cara untuk mewarnakan empat permukaan jika

- (a) warna merah mesti digunakan. (Jwp : 480)
(b) warna merah, hijau dan biru mesti digunakan. (Jwp : 96)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- (a) (b)

40 Sebuah rak buku boleh menyimpan 6 buku sahaja.

- (a) Cari bilangan susunan untuk meletakkan 6 daripada 10 buku yang berbeza di rak buku. (Jwp : 151200)
(b) Cari bilangan susunan tersebut dengan keadaan dua buku tertentu mesti diletakkan bersebelahan antara satu sama lain. (Jwp : 16800)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 41 (a) Cari bilangan cara 5 orang disusun dalam 6 tempat duduk dalam satu barisan.
(Jwp : 720) [1 markah]
- (b) Di dalam sebuah bilik yang mengandungi 9 tempat duduk, 4 tempat duduk berada dalam barisan pertama, manakala 5 tempat duduk berada dalam baris kedua. Cari bilangan susunan bagi 8 orang dalam 9 tempat duduk itu jika tiga orang tertentu mesti berada dalam baris pertama. (Jwp : 17280) [3 markah]

[**Ramalan**]

Jawapan :

(a)

(b)

- 42 Rajah menunjukkan dua baris kerusi. Terdapat 4 kerusi pada barisan pertama, dan 3 kerusi pada barisan kedua.



Sekumpulan orang yang terdiri daripada 2 kanak-kanak, 1 pasangan suami-isteri, dan 4 orang dewasa. Cari bilangan cara untuk menyusun mereka pada 7 kerusi tersebut, jika

- (a) pasangan suami-isteri dan 2 kanak-kanak mesti duduk pada barisan yang sama. (Jwp : 576)
- (b) 2 kanak-kanak mesti duduk pada barisan yang sama. (Jwp : 12960)

[5 markah] [**Ramalan**]

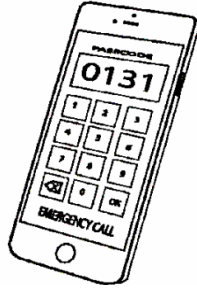
Jawapan :

(a)

(b)

⇒ **Menentukan bilangan susunan bagi n objek diambil r objek pada satu masa, apabila ulangan dibenarkan.**

- 43 Rajah menunjukkan satu kod laluan empat digit '0131' yang telah ditetapkan oleh San pada telefon pintarnya.



Dia hendak menetapkan semula kod laluan dengan keadaan kod laluan baharu itu tidak boleh mengandungi digit 1 diikuti oleh digit 3, tanpa menggunakan digit yang sama. Berapakah bilangan kod laluan berbeza yang dapat dibentuk?

(Jwp: 4872)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

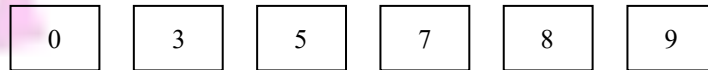
- 44 Kira bilangan nombor empat digit yang mempunyai digit yang berulang.

(Jwp : 4464)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

45 Rajah menunjukkan enam keping kad nombor.



Suatu nombor empat digit hendak dibentuk dengan menggunakan empat daripada kad-kad ini. Jika kad yang dipilih akan diganti dengan kad lain yang sama nombor, berapa banyak

- (a) nombor yang berlainan yang dapat dibentuk ? (Jwp : 1080)
 - (b) nombor ganjil yang berlainan yang dapat dibentuk ? (Jwp : 720)
 - (c) nombor ganjil berlainan yang lebih besar daripada 7000 dapat dibentuk ? (Jwp : 432)
 - (d) nombor ganjil berlainan yang kurang daripada 5500 dapat dibentuk ? (Jwp : 192)
- [7 markah][**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

- (c) (d)

⇒ **Penyelesaian masalah**

46 Rajah menunjukkan tujuh keping kad huruf.

M I N E R A L

Lima kad dipilih secara rawak untuk membentuk satu kod.

Cari bilangan kod yang mungkin dibentuk, yang mengandungi sekurang-kurangnya 3 huruf konsonan disusun bersebelahan. (Jwp : 720) [3 markah]

[**Ramalan**]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 47 Lima huruf dalam perkataan "**KEJITUAN**" digunakan untuk membentuk satu kod. Cari bilangan kod berlainan yang boleh dibentuk jika kod itu
- (a) mengandungi 4 vokal, (Jwp : 480) [2 markah]
 - (b) bermula dengan vokal dan berakhir dengan konsonan, (Jwp : 1920) [2 markah]
 - (c) mengandungi 2 vokal dan salah satu daripadanya berada di tengah-tengah kod tersebut. (Jwp : 1152) [2 markah]

Jawapan :

- (a) (c)

(b)

⇒ **Menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang melibatkan objek secaman, dan terhadap kepada satu syarat.**

- 48 Berapakah kod dapat dibentuk dengan menggunakan semua huruf 'CEMERLANG' ? (Jwp : 181440) [2 markah]

Jawapan :

- 49 Cari bilangan susunan yang mungkin jika huruf-huruf dari perkataan 'STATISTIK' disusun dalam satu barisan. (Jwp : 15120) [2 markah]

Jawapan :

- 50 Cari bilangan nombor ganjil tujuh digit yang dapat dibentuk daripada semua nombor 7, 2, 4 dan 8, dengan semua nombor kecuali 7 digunakan dua kali. (Jwp : 90) [2 markah]

Jawapan :

51 Rajah menunjukkan lima kad berlainan huruf.

B O L O H

Hitung bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua kad itu dalam satu baris jika

- (a) tiada syarat dikenakan, (Jwp : 60)
(b) huruf O dan L sentiasa Bersama-sama. (Jwp : 18)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

MINDA :

- Bilangan pilih atur bagi n objek yang melibatkan objek secaman:

$\frac{n!}{a!b!c!...}$, dengan keadaan $a,b,c,...$ ialah bilangan objek bagi setiap objek secaman

52 Rajah menunjukkan lima kad berlainan huruf.

B O L O L

Hitung bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua kad itu dalam satu baris jika

- (a) tiada syarat dikenakan, (Jwp : 30)
(b) kad pertama dan kad terakhir adalah huruf konsonan. (Jwp : 9)

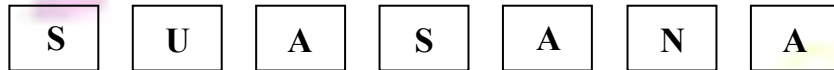
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

53 Rajah menunjukkan tujuh kad dengan huruf yang berbeza.



Hitung bilangan cara untuk Menyusun semua kad dalam satu barisan jika

- (a) tiada syarat dikenakan
- (b) huruf vocal sentiasa berasingan.

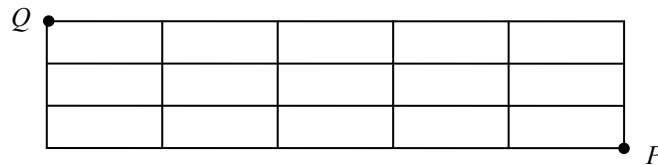
(Jwp : 420)
(Jwp : 12)
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

- (a)
- (b)

⇒ *menyelesaikan masalah melibatkan pengiraan bilangan laluan melalui grid.*

54 Rajah menunjukkan laluan bagi suatu objek bergerak dari titik *P* ke titik *Q*.



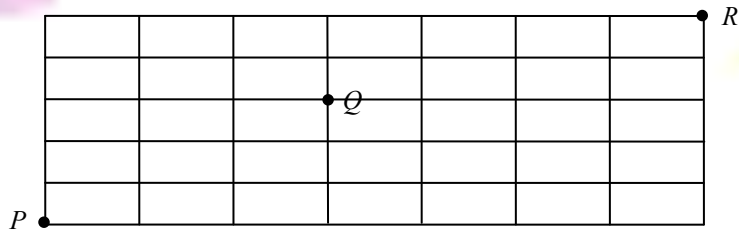
Jika objek itu hanya boleh bergerak ke atas atau ke kiri, cari bilangan laluan terpendek bagi objek itu bergerak dari titik *P* ke titik *Q*.

(Jwp : 56)

[2 markah] [Ramalan]

Jawapan :

55 Seorang boleh melangkah ke arah timur atau utara.

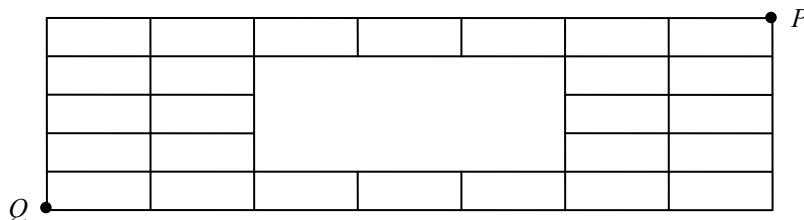


Cari bilangan laluan terpendek yang boleh diambil dari P ke R , melalui Q .

(Jwp : 300)
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

56 Suatu objek hanya boleh bergerak ke arah barat atau selatan.

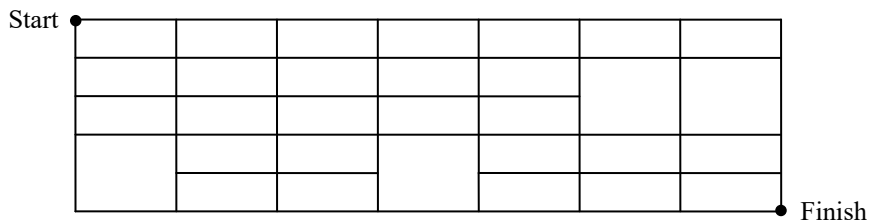


Cari bilangan laluan bagi objek itu bergerak dari titik P ke titik Q .

(Jwp : 192)
[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

57 Rajah menunjukkan laluan bagi suatu objek bergerak dari titik 'Start' ke titik 'Finish'.



Jika objek itu hanya boleh bergerak ke bawah atau ke kanan, cari bilangan laluan bagi objek itu bergerak dari titik 'Start' ke titik 'Finish'.

(Jwp : 558)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

⇒ *menentukan bilangan pilih atur bagi n objek diambil r objek pada satu masa, melibatkan objek secaman dan terhad kepada satu syarat.*

58 Rajah menunjukkan sebelas kad berhuruf.

M	A	T	H	E	M	A	T	I	C	S
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Sebuah kod empat huruf akan dibentuk dengan menggunakan kad-kad tersebut. Cari bilangan kod empat huruf berbeza yang boleh dibentuk. (Jwp : 2454)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

59 Rajah menunjukkan 16 kad bernombor.

1	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5	6	7	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Cari bilangan nombor empat digit yang dapat dibentuk.

(Jwp : 4828)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

60 Rajah menunjukkan tujuh keping kad huruf.

K H I A M A T

Suatu kod lima huruf hendak dibentuk dengan menggunakan lima daripada kad-kad itu. Cari

(a) bilangan kod lima huruf yang berlainan yang dapat dibentuk, (Jwp : 1320)

(b) bilangan kod lima huruf yang berlainan yang bermula dengan huruf vokal dan berakhir dengan huruf konsonan. (Jwp : 372)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

61 Rajah menunjukkan tujuh keping kad huruf.

M I N E R A R

Lima kad dipilih secara rawak untuk membentuk satu kod. Jika kad yang dipilih akan diganti dengan kad lain yang sama huruf, cari bilangan kod yang mungkin dibentuk, yang mengandungi sekurang-kurangnya 3 huruf konsonan disusun bersebelahan.

(Jwp : 360)

[3 markah] [*Ramalan*]

Jawapan :

⇒ *menentukan bilangan pilih atur bagi n objek berbeza dalam suatu bulatan.*

⇒ *menentukan bilangan pilih atur bagi n objek berbeza dalam suatu bulatan dengan syarat tertentu, terhadap kepada satu syarat.*

62 7 orang duduk pada suatu meja bulat.

(a) Cari bilangan cara untuk menyusun mereka. (Jwp : 720)

(b) Cari bilangan cara untuk menyusun mereka, jika dua orang tertentu mesti duduk bersebelahan. (Jwp : 240)

[4 markah] [*Ramalan*]

Jawapan :

(a) (b)

63 10 orang duduk pada suatu meja bulat. Cari bilangan cara untuk menyusun mereka jika

(a) kedudukan salah satu mereka sudah ditentukan. (Jwp : 362880)

(b) tiga orang tertentu mesti duduk bersebelahan. (Jwp : 30240)

[4 markah] [*Ramalan*]

Jawapan :

(a) (b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 64 Cari bilangan cara bagi 6 orang duduk pada suatu meja bulat, jika dua orang tertentu tidak boleh duduk bersebelahan. (Jwp : 72)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 65 5 lelaki dan 5 perempuan duduk pada suatu meja bulat. Cari bilangan cara untuk menyusun mereka jika semua lelaki mesti duduk bersebelahan. (Jwp : 2880)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

MINDA :

- Bilangan pilih atur membulat bagi n objek yang berlainan:

$$\frac{n!}{n} = \frac{n(n-1)!}{n} = (n-1)!$$

- 66 Terdapat 3 orang lelaki dan 3 orang perempuan. Tentukan bilangan cara untuk menyusun keenam-enam mereka untuk duduk di sebuah meja bulat jika sekurang-kurangnya 2 orang perempuan duduk bersama-sama. (Jwp: 108)

[5 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

67 Terdapat 4 orang lelaki dan 2 orang perempuan. Tentukan bilangan cara untuk menyusun keenam-enam mereka untuk duduk di sebuah meja bulat jika:

- (a) tiada syarat dikenakan, (Jwp: 120)
(b) 2 orang perempuan mesti duduk bersama-sama, (Jwp: 48)
(c) 2 orang perempuan mesti duduk berasingan. (Jwp: 72)
[5 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a)

(b) (c)

68 Empat keluarga, P , Q , R , S mempunyai 3, 3, 2, 2 ahli masing-masing. Jika semua ahli keluarga tersebut duduk pada sebuah meja bulat dan mereka dari keluarga yang sama mesti duduk bersebelahan, cari bilangan cara untuk menyusun kedudukan mereka. (Jwp : 864)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

⇒ **menentukan bilangan susunan bagi n objek yang berbeza pada suatu cincin, rantai, gelang atau kalung berbentuk bulatan.**

69 Cari bilangan cara untuk mengumpul 11 manik yang berlainan warna untuk membentuk suatu kalung mainan.

(Jwp :
1814400)
[2 markah]
[**Ramalan**]

Jawapan :

MINDA :

- Bilangan susunan bagi n objek yang berbeza untuk membentuk suatu cincin bulat = $\frac{(n-1)!}{2}$
(tidak melibatkan ikut arah jam atau lawan arah jam, sebab kedua-dua adalah sama)

70 Terdapat 8 manik yang berlainan warna.

(a) Cari bilangan cara untuk Menyusun manik pada suatu meja bulat.

(Jwp : 5040)

(b) Cari bilangan manik dililit pada suatu cincin bulat.

(Jwp : 2520)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a)

(b)

⇒ *menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza diambil r objek pada satu masa, dan disusun dalam suatu bulatan.*

71 Sekumpulan 9 kanak-kanak bertanding untuk 8 kerusi yang disusun dalam bentuk bulatan semasa permainan kerusi muzik. Kanak-kanak perlu bergerak ikut arah jam mengelilingi kerusi. Cari bilangan susunan bagi permainan ini.

(Jwp : 45360)

[2 markah]

[**Ramalan**]

Jawapan :

72 Nicole membeli 10 pokok muda yang berbeza untuk menghias taman mini di rumah. Dia hanya dapat menanam 6 pokok dalam suatu bulatan disebabkan ruang yang terhad. Cari bilangan cara bagi Nicole menanam pokok-pokok muda tersebut.

(Jwp : 25200)

[2 markah]

[**Ramalan**]

Jawapan :

- 73 Terdapat 4 orang lelaki dan 3 orang perempuan. Tentukan bilangan cara untuk menyusun keenam-enam mereka untuk duduk di sebuah meja bulat jika:
- (a) tiada syarat dikenakan, (Jwp: 840)
 - (b) 2 orang perempuan mesti duduk bersama-sama, (Jwp: 480)
 - (c) 2 orang perempuan mesti duduk berasingan. (Jwp: 360)

[5 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a)

(b)

(c)

MINDA :

- Bilangan pilih atur membulat bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa:

$$\frac{{}^n P_r}{r}, \text{ dengan keadaan } r \leq n.$$

⇒ *menentukan bilangan pilih atur bagi n objek yang berbeza diambil r objek pada satu masa, pada suatu cincin, rantai, gelang atau kalung berbentuk bulatan.*

- 74 Juliet membeli 11 manik yang berlainan warna. Dia ingin membuat satu gelang. Juliet menyedari bahawa dia hanya memerlukan 8 manik. Cari bilangan cara untuk membuat gelang tersebut.
(Jwp : 415800)

[2 markah]

[**Ramalan**]

Jawapan :

- 75 Terdapat 10 butir manik yang berlainan warna. Berapakah bilangan cara untuk membuat seutas gelang jika
- (a) tiada syarat dikenakan, (Jwp : 181440)
 - (b) hanya 8 butir manik akan digunakan. (Jwp : 113400)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a)

(b)

MINDA :

- Bilangan pilih atur membulat bagi n objek yang berlainan apabila r objek dipilih pada satu masa:

$$\frac{{}^n P_r}{2r}, \text{ dengan keadaan } r \leq n.$$

\Rightarrow *menentukan bilangan pilih atur bagi n objek melibatkan objek secaman, pada suatu bulatan.*

- 76 Huruf-huruf daripada perkataan “ DAYANG ” disusun di sekeliling suatu bulatan. Cari bilangan susunan yang mungkin
(Jwp : 60)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 77 Terdapat 2 manik merah, 2 manik biru dan 1 manik hijau. Cari bilangan cara untuk menyusun mereka dalam bulatan.

(Jwp : 6)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 78 13 tangkai bunga terdiri daripada 3 bunga merah, 4 bunga biru, dan yang lain ialah bunga putih. Bunga-bunga tersebut disusun pada suatu meja bulat. Hitung bilangan cara untuk menyusun bunga-bunga tersebut.

(Jwp :
4620)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

MINDA :

- Bilangan susunan bagi n objek berbeza yang melibatkan objek secaman, pada suatu bulatan.

$$= \frac{(n-1)!}{a!b!c! \dots}, \text{ dengan keadaan } a, b, c, \dots \text{ ialah bilangan objek secaman bagi setiap jenis}$$

4.2 Gabungan

- 4.2.1 Membanding beza pilih atur dan gabungan.
4.2.2 Menentukan bilangan gabungan r objek dipilih daripada n objek yang berbeza pada satu masa.
4.2.3 Menyelesaikan masalah yang melibatkan gabungan dengan syarat tertentu.
-
-

- 79** (a) Nyatakan nilai bagi ${}^n C_0$.
- (b) Tiga orang murid akan dipilih daripada 5 orang murid lelaki dan 4 orang murid perempuan untuk menyertai suatu pertandingan. Cari bilangan cara yang berbeza untuk memilih peserta jika :
- (i) ketiga-tiga ialah murid lelaki, (Jwp : 10)
(ii) seorang murid lelaki dan dua orang murid perempuan dipilih. (Jwp : 30)
- [3 markah] [2015, No.21]

Jawapan :

(a)

(b) (i) (ii)

- 80** Satu pasukan bahas terdiri daripada 5 orang pelajar. Pasukan 5 orang pelajar itu dipilih daripada 4 ketua darjah, 2 penolong ketua darjah dan 6 pengawas. Hitungkan bilangan cara yang berlainan pasukan itu boleh dibentuk jika
- (a) tiada syarat dikenakan, (Jwp: 792)
(b) pasukan itu mengandungi hanya 1 ketua darjah dan tepat 3 pengawas. (Jwp: 160)
- [4 markah] [2005, No.22]

Jawapan :

(a) (b)

- 81** (a) Nyatakan nilai bagi ${}^n P_1 - {}^n C_1$. [1 markah] [Ramalan]
- (b) Terdapat 6 biji gula-gula, setiap satu berlainan perisa, yang dibahagikan sama banyak antara 2 orang kanak-kanak. Cari bilangan cara yang berlainan pembahagian gula-gula itu dapat dilakukan. (Jwp : 20) [3 markah] [2010, No.23]

Jawapan :

(a) (b)

MINDA :

- Bilangan gabungan bagi r objek dipilih dari n objek yang berbeza (tanpa mempertimbangkan kedudukan atau susunan) = ${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{{}^n P_r}{r!}$, where $r \leq n$.

82 Satu pasukan badminton terdiri daripada 7 orang pelajar. Pasukan itu akan dipilih daripada sekumpulan 8 orang pelajar lelaki dan 5 orang pelajar perempuan. Carikan bilangan pasukan yang boleh dibentuk supaya setiap pasukan itu mempunyai

- (a) 4 pelajar lelaki, (Jwp: 700)
(b) tidak lebih daripada 2 pelajar perempuan. (Jwp: 708)

[4 markah] [2003, No.23]

Jawapan :

- (a) (b)

83 (a) Nyatakan nilai bagi ${}^n C_n$. [1 markah] [Ramalan]

(b) Dalam sebuah kotak terdapat 10 biji guli yang berlainan warna. Cari

- (i) bilangan cara 3 biji guli boleh dipilih dari kotak itu, (Jwp: 120)
(ii) bilangan cara sekurang-kurangnya 8 biji guli boleh dipilih dari kotak itu. (Jwp: 56)

[4 markah] [2012, No.23]

Jawapan :

- (a)
(b) (i) (ii)

84 Satu kumpulan 5 orang murid hendak dipilih daripada 9 orang murid lelaki dan 7 orang murid perempuan untuk membentuk satu pasukan debat sekolah. Cari bilangan cara berbeza untuk membentuk pasukan itu yang mengandungi

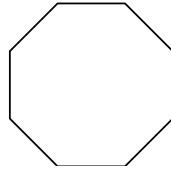
- (a) murid perempuan sahaja, (Jwp: 21)
(b) sekurang-kurangnya 4 orang murid lelaki. (Jwp: 1008)

[4 markah] [2014, No.23]

Jawapan :

- (a) (b)

85 Rajah menunjukkan suatu oktagon sama sisi.



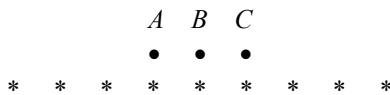
Dengan menggunakan bucu-bucu polygon, cari bilangan

- (a) garis lurus yang dapat dilukis, [PETUNJUK ~ pilih 2 titik] (Jwp : 28)
- (b) segitiga yang dapat dilukis, [PETUNJUK ~ pilih 3 titik] (Jwp : 56)
- (c) segiempat yang dapat dilukis. [PETUNJUK ~ pilih 4 titik] (Jwp : 70)
[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a)
- (b)
- (c)

86 Rajah menunjukkan 12 titik ditandakan pada dua baris yang selari.



Baris pertama mempunyai tiga titik, iaitu *A*, *B*, dan *C*. Baris kedua mempunyai 9 titik. Segitiga akan dibentuk dengan menggabungkan titik-titik tersebut. Cari bilangan segi tiga yang boleh dibentuk jika

- (a) tiada syarat dikenakan. (Jwp : 135) [2 markah]
- (b) (i) titik *B* dan titik *C* merupakan bucu-bucu segitiga tersebut. (Jwp : 9) [2 markah]
- (ii) titik *A* merupakan salah satu bucu segitiga tersebut. (Jwp : 54) [2 markah]
[**Ramalan**]

Jawapan :

- (a)
- (b) (i)
- (ii)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 87 Dengan menggunakan gabungan, cari bilangan pepenjur yang boleh dilukis dalam suatu polygon cembung 9 sisi.
(Jwp : 27)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 88 Terdapat 9 titik pada suatu satah. Tiada titik berada pada satu garis lurus kecuali 4 titik collinear. Berapakah garis lurus dapat dibentuk daripada 9 titik tersebut?
(Jwp : 31)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 89 Dalam suatu pertandingan ping-pong, berapakah set beregu campuran dapat disusun dari 4 lelaki dan 4 perempuan?
(Jwp : 72)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 90 Terdapat 6 lelaki dan 8 perempuan pemain badminton. Berapakah pertandingan beregu campuran yang berbeza dapat diadakan?
[PETUNJUK ~ pilih 2 lelaki dan 2 perempuan] (Jwp : 840)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 91 Jeovy mempunyai 6 bunga yang berbeza. Berapakah banyak sejambak yang berbeza dapat dibentuk? (Jwp : 63)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

92 Suatu ujian Matematik terdiri daripada dua bahagian. Bilangan soalan pada bahagian A ialah 5, dan bilangan soalan pada bahagian B ialah 4. Cari bilangan cara bagi seorang murid untuk menjawab soalan-soalan ujian jika murid mesti menjawab:

(a) sebarang 6 soalan, (Jwp : 84)

(b) 4 soalan dari bahagian A dan 2 soalan dari bahagian B. (Jwp : 30)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a) (b)

93 Sekumpulan 20 penyelamat mangsa gempa bumi suka rela akan dibentuk. Terdapat 8 doktor, 10 jururawat dan 12 pekerja suka rela. Cari bilangan cara bagi kumpulan tersebut dapat dibentuk jika

(a) 3 doktor, 6 jururawat dan 11 pekerja diperlukan, (Jwp : 141120)

(b) sekurang-kurangnya 2 doktor diperlukan. (Jwp : 30032464)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a) (b)

94 Satu pasukan badminton terdiri daripada 5 orang lelaki dan 5 orang perempuan. Pasukan tersebut akan dipilih daripada 8 orang lelaki dan 9 orang perempuan. Cari bilangan pasukan yang dapat dibentuk supaya

(a) seorang lelaki dan perempuaun yang tertentu mesti dipilih, (Jwp : 2450)

(b) dua perempuan tertentu sama ada kedua-dua mereka dipilih atau tidak. (Jwp : 3136)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a) (b)

95 Satu jawatankuasa yang mengandungi 5 ahli akan dipilih daripada 8 orang lelaki dan 7 orang perempuan. Cari bilangan jawatankuasa yang dapat dibentuk jika lelaki adalah majoriti.

(Jwp : 1722)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

96 Suatu parcel yang mengandungi 4 item dipilih daripada 7 buku dan 5 pen. Cari bilangan parcel berbeza yang dapat disediakan supaya setiap parcel mengandungi

- (a) 1 buku sahaja, (Jwp : 70)
(b) buku dan pen, dengan keadaan tidak melebihi dua pen. (Jwp : 385)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

97 Sebuah kereta Kenari boleh menampung 1 pemandu dan 3 orang dewasa. Cari bilangan pilihan berbeza dapat dibuat daripada 3 orang lelaki dan 4 orang perempuan jika

- (a) tiada syarat dikenakan kepada kedudukan, (Jwp : 35)
(b) pemandu mesti seorang lelaki. (Jwp : 60)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

98 SM St. Peter Telipok dipertanggungjawabkan untuk menganjurkan suatu pertandingan bola baling antara sekolah. Didapati bahawa 12 pasukan mengambil bahagian dalam pertandingan itu. Dalam pusingan pertama, 12 pasukan itu dibahagikan kepada 3 kumpulan yang sama rata. Pusingan pertama dijalankan dengan setiap pasukan dalam suatu kumpulan diwajibkan bertanding dengan pasukan-pasukan lain dalam kumpulan yang sama. Cari

- (a) bilangan cara 12 pasukan itu dapat dibahagikan kepada 3 kumpulan. (Jwp : 34650) [2 markah]
(b) bilangan pertandingan yang perlu dijalankan dalam pusingan pertama. (Jwp : 18) [2 markah]

[**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

99 Satu jawatankuasa terdiri daripada 3 orang ahli hendak dibentuk daripada 4 pasangan suami isteri. Cari bilangan cara untuk membentuk jawatankuasa itu jika

(a) jawatankuasa itu mempunyai hanya seorang wanita, (Jwp : 24)

(b) suami isteri tidak boleh dipilih bersama-sama sebagai ahli-ahli jawatankuasa itu. (Jwp : 32)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a)

(b)

⇒ **Pilih Atur + Gabungan**

100 Seorang jurulatih ingin memilih 5 orang pemain yang terdiri daripada 2 orang lelaki dan 3 orang perempuan untuk membentuk satu pasukan badminton. 5 orang pemain itu dipilih daripada sekumpulan 4 orang lelaki dan 5 orang perempuan.

(a) bilangan cara pasukan itu dibentuk, (Jwp: 60)

(b) bilangan cara menyusun ahli pasukan itu dalam satu baris untuk satu sesi bergambar, jika ketiga-tiga pemain perempuan duduk bersebelahan antara satu sama lain. (Jwp: 36)

[4 markah] [**2007, No.23**]

Jawapan :

(a)

(b)

101 Rajah menunjukkan satu perkataan tujuh huruf.

C	L	U	S	T	E	R
---	---	---	---	---	---	---

(a) Cari bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua huruf dalam satu baris. (Jwp : 5040)

(b) Empat huruf akan dipilih daripada perkataan itu. Cari bilangan cara untuk memilih empat huruf itu yang terdiri daripada 3 konsonan. (Jwp : 20)

[3 markah] [**2013, No.23**]

Jawapan :

(a)

(b)

102 Dahlia mempunyai sebuah kedai barangan perhiasan rumah. Pada suatu hari, Dahlia menerima 14 set cawan daripada seorang pembekal. Setiap set mengandungi 6 biji cawan yang berlainan warna.

- (a) Dahlia memilih 3 set cawan secara rawak untuk diperiksa. Cari bilangan cara yang berlainan yang digunakan oleh Dahlia untuk memilih set-set cawan itu. (Jwp : 364)
- (b) Dahlia mengambil satu set cawan untuk dipamerkan dengan menyusunnya secara sebaris. Cari bilangan cara yang berlainan cawan-cawan itu boleh disusun dengan keadaan cawan berwarna biru tidak diletak bersebelahan cawan berwarna merah. (Jwp : 480)

[4 markah] [2017, No.22]

Jawapan :

(a)

(b)

103 Jadual menunjukkan bilangan murid perempuan yang diperlukan untuk mengurus tiga buah gerai pada hari karnival sekolah.

<i>Jenis-jenis gerai</i>	Makanan	Minuman	Permainan
<i>Bilangan murid yang diperlukan</i>	4	2	3

Pada hari tersebut, 9 murid telah ditugaskan untuk mengurus gerai-gerai tersebut.

- (a) Berapakah cara berbeza murid-murid itu boleh untuk ditugaskan? (Jwp : 1260)
- (b) Pihak sekolah ingin memberi ganjaran kepada murid-murid itu. Seorang murid dipilih secara rawak sebagai ketua dalam kalangan mereka untuk mengetuai semua penerima. Ketua yang telah dipilih serta ahli kumpulannya akan mendahului penerimaan diikuti dengan dua kumpulan yang lain. Murid-murid dari kumpulan yang sama berbaris bersama-sama. Berapakah bilangan cara berbeza murid-murid itu boleh disusun? (Jawapan : 1728)

[4 markah] [2020, No.23]

Jawapan :

(a)

(b)

104 Seorang guru ingin memilih 7 orang murid yang terdiri daripada 3 orang lelaki dan 4 orang perempuan untuk membentuk jawatankuasa bagi kelab Sains dan Matematik. 7 murid itu dipilih daripada 5 orang lelaki dan 6 orang perempuan. Cari bilangan cara

- (a) jawatankuasa itu dapat dibentuk, (Jwp : 150)
- (b) jawatankuasa itu dapat disusun pada suatu meja bulat jika 4 orang perempuan duduk bersebelahan antara satu sama lain (Jwp : 144)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

LATIHAN BERTERUSAN

105 Enam orang A, B, C, D, E, F duduk dalam satu barisan. Jika F duduk di sebelah kanan E , tetapi E dan F tidak boleh duduk bersebelahan, cari bilangan cara untuk menyusun kedudukan mereka.

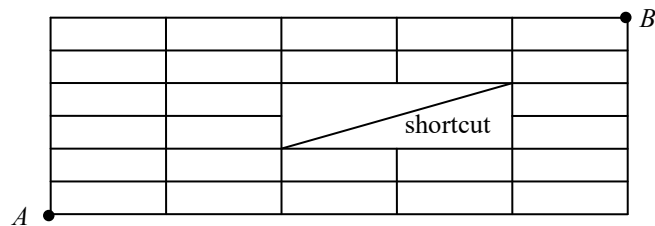
(Jwp : 240)

[3 markah]

[**Ramalan**]

Jawapan :

106 Suatu objek hanya boleh bergerak ke atas atau ke kanan.



Cari bilangan laluan terpendek bagi objek itu bergerak dari A ke B , melalui 'shortcut' itu. (Jwp : 18)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

107 10 orang telah dijemput ke suatu majlis. Cari bilangan cara mereka boleh duduk pada satu meja bulat supaya dua orang tertentu duduk di sebelah tuan rumah.

(Jwp : 80640)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

108 Jika bilangan pilih atur linear bagi n objek berbeza adalah enam kali bilangan pilih atur bulatan bagi objek-objek tersebut, cari bilangan pilih atur bulatan bagi objek-objek tersebut.

(Jwp : 120)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

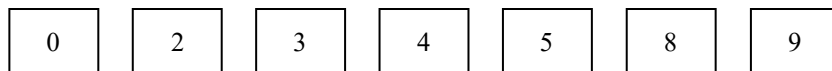
109 Cari bilangan nombor lapan digit yang dapat dibentuk daripada semua nombor 0, 2, 3, 3, 4, 4, 5, dan 6, tanpa ulangan.

(Jwp : 8820)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

110 Rajah menunjukkan tujuh kad yang bernombor.



Nombor lima digit akan dibentuk dengan menggunakan kad-kad tersebut tanpa ulangan.

(a) Berapakah nombor genap boleh dibentuk?

(Jwp : 1260)

(b) Berapakah nombor in (a) yang lebih besar daripada 40000?

(Jwp : 840)

[4 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

(a)

(b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 111 Berapakah nombor empat digit yang boleh dibahagi oleh 4 dapat dibentuk daripada 0, 1, 2, 3, 4, dan 5, tanpa ulangan. [PETUNJUK ~ 2 digit terakhir boleh dibahagi oleh 4]
(Jwp : 72)

[3 markah] [**Ramalan**]

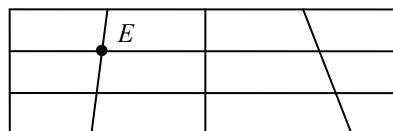
Jawapan :

- 112 Berapakah nombor lima digit yang boleh dibahagi oleh 25 dapat dibentuk daripada 0, 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 tanpa ulangan. [PETUNJUK ~ 2 digit terakhir ialah 00 atau boleh dibahagi oleh 25] (Jwp : 320)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- 113 Rajah menunjukkan suatu grid.



Cari bilangan segiempat yang dapat dicari dalam rajah jika

- (a) tiada syarat dikenakan, [PETUNJUK ~ pilih 2 menegak dan 2 melintang] (Jwp : 60)
(b) titik *E* merupakan salah satu bucu segiempat. (Jwp : 12)

[3 markah] [**Ramalan**]

Jawapan :

- (a) (b)

TABURAN KEBARANGKALIAN

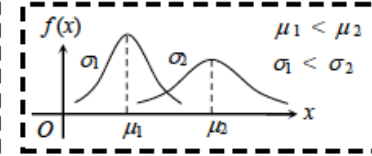
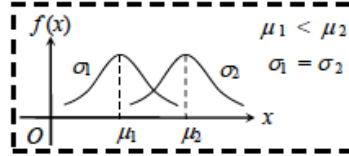
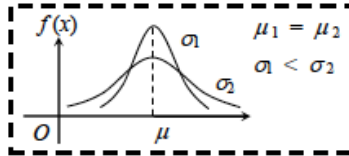
- ONE PAGE NOTE (OPN) - LEMBARAN KERJA

Puan Jamaliah Mohd Elmi

NOTA ONE PAGE (dengan pengekodan)
“ TABURAN KEBARANGKALIAN ”

$$P(|z| < a) = P(-a < z < a) = 1 - 2P(z > a)$$

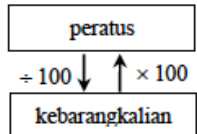
$$P(|z| > a) = P(z < -a) + P(z > a) = 2P(z > a)$$



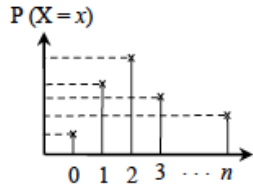
TABURAN BINOMIAL

$X \sim B(n, p) \rightarrow X$ pemboleh ubah rawak diskret ; $X = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, n$

$P(X=r) = {}^n C_r p^r q^{n-r} \sim r =$ bilangan berjaya ($r = 0, 1, 2, 3, \dots, n$)



- $\sim n =$ bilangan percubaan
- $\sim p =$ kebarangkalian berjaya ($0 < p < 1$)
- $\sim q =$ kebarangkalian gagal ($q = 1 - p$ @ $p + q = 1$)



$$P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + \dots + P(X=n) = 1$$

② $\hookrightarrow P(X < 2) = P(X=0) + P(X=1)$

③ $\hookrightarrow P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$

- min bagi $X, \mu = np$
- varians bagi $X, \sigma^2 = npq$
- sisihan piawai bagi $X, \sigma = \sqrt{npq}$

$${}^n C_0 = 1, {}^n C_n = 1 ; {}^n C_1 = n ; a^0 = 1$$

$$\Rightarrow {}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} \Rightarrow {}^n C_r = {}^n C_{n-r}$$

$$\Rightarrow n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

Cari n(A) & n(S) [cari nilai kebarangkalian dulu]

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Catatan :

- \Rightarrow kurang / kecil daripada ($<$)
- \Rightarrow selebih-lebihnya, tidak lebih drpd, maksimum (\leq)
- \Rightarrow lebih / besar daripada ($>$)
- \Rightarrow sekurang-kurangnya, tidak kurang drpd, minimum (\geq)

kalkulator fx-570MS

mode ; **mode** ; **1** ;
shift ; **3**

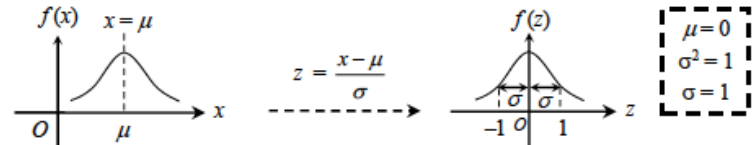
$R \sim >, \geq$ & $P \sim <, \leq$

TABURAN NORMAL

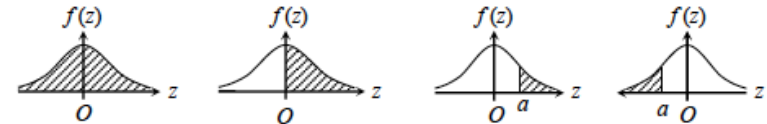
$X \sim N(\mu, \sigma^2) \rightarrow X$ pemboleh ubah selanjar ; $X < a, X > a, a < X < b, \dots$

Taburan normal, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

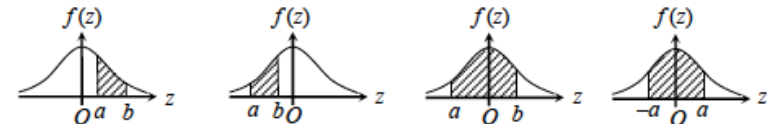
Taburan normal piawai, $Z \sim N(0, 1)$



Cari Kebarangkalian [diberi skor-x, tukar kepada skor-z, cari nilai kebarangkalian]



$P(-\infty < z < \infty) = 1$ $P(z > 0) = 0.5$ $P(z > a) = R(a)$ $P(z < a) = P(a)$



$P(a < Z < b) = P(Z > a) - P(Z > b)$ $P(a \leq Z \leq b) = P(Z < b) - P(Z < a)$ $P(a < Z \leq b) = 1 - P(Z < a) - P(Z > b)$ $P(-a \leq Z < a) = 1 - 2P(Z > a)$

Cari skor-x [dpt nilai kebarangkalian, dpt skor-z yg sepadan, selesai]

• $P(x > k) = 0.4$ **« CONTOH »** • $P(x > k) = 0.87$
 $P(z > \frac{k-\mu}{\sigma}) = 0.4$ $P(z < \frac{k-\mu}{\sigma}) = 0.13$
 $\sim P(z > \underline{0.253}) = 0.4$ [dari jadual] $\sim P(z > \underline{1.127}) = 0.13$ [dari jadual]
 $\frac{k-\mu}{\sigma} = 0.253$ $\frac{k-\mu}{\sigma} = -1.127$

TOPIK : TABURAN KEBARANGKALIAN

RUMUS TABURAN BINOMIAL

1. $P(X = r) = {}^n C_r p^r q^{n-r}$
2. Mean / Min, $\mu = np$
3. $\sigma = \sqrt{npq}$

RUMUS TABURAN NORMAL

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

TABURAN BINOMIAL

1. Kebarangkalian bahawa hujan akan turun pada suatu hari tertentu ialah $\frac{3}{5}$. Cari kebarangkalian bahawa dalam suatu minggu tertentu, hujan akan turun
 - (a) tepat 4 hari,
 - (b) lebih daripada 5 hari.

[(a) 0.2903; (b) 0.1586]

2. Kebarangkalian mendapat sebiji oren busuk dari sebuah kotak ialah 0.2. Christina memilih 6 biji oren. Hitung kebarangkalian bahawa
 - (a) hanya sebiji oren itu busuk.
 - (b) semua oren itu elok.

[(a) 0.3932; (b) 0.2621]

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

3. Dalam satu laporan, 54% rakyat Malaysia membeli kereta buatan tempatan. Jika 8 orang rakyat Malaysia yang baru membeli kereta dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa
- (a) Sekurang-kurangnya 2 orang daripada mereka membeli kereta tempatan.
 - (b) lebih daripada 6 orang daripada mereka membeli kereta tempatan.

[(a) 0.9792; (b) 0.05650]

4. Di dalam sebuah kawasan perumahan, 7 daripada 10 keluarga memiliki sebuah kereta. Jika satu sampel 8 keluarga dipilih, cari kebarangkalian bahawa bilangan keluarga yang memiliki sebuah kereta ialah
- (a) tepat 5 keluarga,
 - (b) sekurang-kurangnya 2 keluarga.

[(a) 0.2541; (b) 0.9987]

5. Dalam satu kajian, didapati 25% daripada mentol di sebuah kedai tertentu telah rosak. Cari kebarangkalian bahawa daripada 10 biji mentol,
- (a) tepat 3 biji mentol rosak,
 - (b) lebih daripada 8 biji mentol berada dalam keadaan yang baik.

[(a) 0.2503; (b) 0.2440]

6. Kebarangkalian Bob akan menang dalam suatu pertandingan catur ialah $\frac{3}{4}$. Jika dia bermain 5 perlawanan, hitung kebarangkalian bahawa dia akan menang
- (a) tepat empat perlawanan.
 - (b) lebih dari tiga perlawanan.

7. Kebarangkalian sebuah bas akan tiba lewat di sekolah ialah 0.15. Cari kebarangkalian bahawa dalam 5 hari persekolahan tertentu, bas itu akan lewat
- [(a) 0.3955 ; (b) 0.6328]
- (a) 2 hari.
 - (b) sekurang-kurangnya sekali

8. Kebarangkalian tembakan seorang penembak mengenai sasaran ialah 0.8. Jika dia melepaskan 9 das tembakan, cari kebarangkalian bahawa tembakannya akan mengenai sasaran
- [(a) 0.1382 ; (b) 0.5563]
- (a) tepat 8 kali.
 - (b) sekurang-kurangnya 8 kali.

[(a) 0.3020 ; (b) 0.4362]

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

9. Di sebuah syarikat tertentu, didapati bahawa 3 daripada 20 orang pekerja yang dipilih secara rawak mempunyai insurans nyawa. Jika terdapat 600 orang pekerja di syarikat itu, jangkakan bilangan pekerja yang mempunyai insurans nyawa. Seterusnya, tentukan varians dan sisihan piawainya.

[90; 76.5; 8.746]

10. Suatu pemboleh ubah rawak diskret X bertaburan binomial, iaitu $X \sim B(n, p)$ dengan min 45 dan sisihan piawai 3. Cari nilai n dan p .

[$n = 56; p = 0.8$]

11. Suatu pemboleh ubah rawak diskret $X \sim B(120, 0.4)$. Cari min dan sisihan piawainya.

[48; 5.367]

12. Jika X ialah pemboleh ubah rawak Binomial, $X \sim B(5, 0.45)$, cari
- min, varians dan sisihan piawai bagi X .
 - $P(X = 4)$ dan $P(X > 3)$.

[(a) 2.25, 1.2375, 1.1124 ; (b) 0.1128, 0.1313]

13. Diberi bahawa X ialah pemboleh ubah rawak Binomial dengan min dan sisihan piawainya masing-masing ialah 4 and $\sqrt{3}$, hitungkan $P(X = 0)$.

[0.01002]

14. Diberi $X \sim B(n, 0.2)$. Jika $P(X = 3) = P(X = 4)$, cari nilai bagi n , dan seterusnya, hitungkan $P(X = 0)$.

[Hint : Use ${}^nC_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1}$ dan ${}^nC_4 = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$]

[$n = 19, 0.01441$]

15. Terdapat 5 000 orang penduduk di sebuah kampung. Didapati bahawa 8 daripada 10 orang penduduk kampung itu memiliki jalur lebar di rumahnya. Cari min, varians dan sisihan piawai bagi bilangan penduduk yang memiliki jalur lebar di rumahnya.

[4 000; 800; 28.28]

16. Dalam suatu kajian, didapati bahawa 3 daripada 5 orang lelaki dewasa gemar menonton perlawanan bola sepak. Jika 1 000 orang lelaki dewasa dipilih secara rawak, cari min dan sisihan piawai bagi bilangan lelaki dewasa yang gemar menonton perlawanan bola sepak.

[600; 15.49]

17. Dalam suatu permainan, peserta perlu meneka bilangan guli dalam sebuah botol. Kebarangkalian memperoleh tekaan yang tepat ialah p .
- (a) Cari nilai p dan bilangan kali tekaan supaya min dan varians masing-masing ialah 36 dan 14.4.
- (b) Jika peserta membuat lapan kali tekaan, cari kebarangkalian bahawa empat kali tekaan adalah tepat.

[(a) 0.6 , 60 ; (b) 0.2322]

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

18. 80% daripada murid sebuah sekolah meminati mata pelajaran Sains. Suatu sampel yang terdiri daripada n orang murid dipilih secara rawak dari sekolah itu.
- (a) Jika kebarangkalian bahawa semua murid minat mata pelajaran Sains ialah 0.1342, cari nilai n .
 - (b) Berdasarkan jawapan di (a), cari kebarangkalian bahawa kurang daripada tiga orang murid minat mata pelajaran Sains.

[(a) 9 ; (b) 3.139×10^{-4}]

19. 7 orang pelajar di sebuah universiti tempatan memohon biasiswa yaysan negeri masing-masing. Kebarangkalian bahawa setiap pelajar akan berjaya mendapat biasiswa ialah $\frac{1}{3}$. Cari kebarangkalian bahawa
- (a) semua pelajar berjaya mendapat biasiswa,
 - (b) hanya dua orang pelajar berjaya mendapat biasiswa,
 - (c) selebih-lebihnya dua orang pelajar mendapat biasiswa.

[(a) $\frac{1}{2187}$; (b) 0.3073; (c) 0.5707]

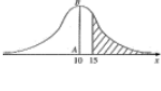
TABURAN NORMAL

INOVASI TAB 4Y

PANDUAN MENGGUNAKAN TEKNIK 'TAB 4Y' UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH YANG MELIBATKAN KEBARANGKALIAN BAGI TABURAN NORMAL.

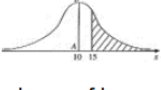
Cara 1: Diberi X , cari kebarangkalian P .

Dari Kiri Ke Kanan – Guna Kalkulator

LANGKAH 1	LANGKAH 2	LANGKAH 3	LANGKAH 4
X	Z	< Graf >	$P(X \leq x)$ atau $P(X \geq x)$
Tuliskan nilai pemboleh ubah rawak selanjar (Bacaan normal)	Cari nilai skor-z menggunakan rumus $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$	 Lakar graf loceng, tandakan kawasan	Cari kebarangkalian dengan menggunakan kalkulator.

Cara 2: Diberi kebarangkalian, P , cari skor- Z atau X .

Dari Kanan ke Kiri - Baca Sifir Taburan Normal

LANGKAH 4	LANGKAH 3	LANGKAH 2	LANGKAH 1
X	Z	< Graf >	$P(X \leq x)$ atau $P(X \geq x)$
Cari nilai pemboleh ubah rawak selanjar X menggunakan rumus $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$	Cari nilai skor-z menggunakan sifir Taburan Normal Piawai, rujuk graf yang dilakar.	 Lakar graf loceng, tandakan kawasan	Tuliskan kebarangkalian yang diberi dalam soalan.

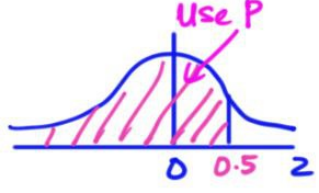
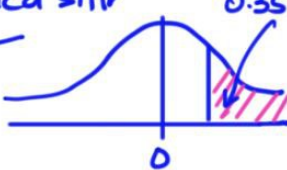
HAK CIPTA : JAMALIAH BINTI MOHD. ELMI, SMK TAMPARULI, SABAH. 2019. 016-6636529.

Contoh

Markah yang diperoleh sekumpulan pelajar bertaburan secara normal dengan min 45 dan varians 36.

- (a) Jika seorang pelajar dipilih secara rawak, hitung kebarangkalian bahawa markahnya adalah kurang daripada 48.
- (b) Diberi bahawa 35% pelajar mendapat markah lebih daripada k markah, cari nilai k .

Penyelesaian : $\mu = 45, \sigma = 6$ (use calculator)

(a)	$X \rightarrow Z \rightarrow \text{Graf} \rightarrow P(X < 48)$		
	48	$Z = \frac{48 - 45}{6} = 0.5$	 = 0.6915
(b)	$X \leftarrow Z \leftarrow \text{Graf} \leftarrow P(X > k)$		
	$0.385 = \frac{k - 45}{6}$ $k = 47.31$	0.385	 0.35

[(a) 0.6915 ; (b) $k = 47.31$]

20. Markah yang diperoleh murid-murid dalam suatu ujian bertaburan secara normal dengan min 72 yang dan sisihan piawai 15. Jika seorang murid dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa markah yang diperolehnya adalah
- (a) kurang daripada 68.
 - (b) antara 69 dan 78.

[(a) 0.3947]; (b) 0.2347]

21. Umur bagi 80 00 orang penduduk di sebuah bandar bertaburan secara normal dengan min 45 tahun dan varians 36 tahun².
- (a) Hitung kebarangkalian bahawa umur seorang penduduk yang dipilih secara rawak adalah lebih daripada 48 tahun.
 - (b) Anggarkan bilangan penduduk yang berumur melebihi 40 tahun.

[(a) 0.3085 ; (b) 63806]

22. Jangka hayat sejenis bateri bertaburan secara normal dengan min 150 jam dan varians 25 jam.
- (a) Cari kebarangkalian bahawa sebiji bateri yang dipilih secara rawak mempunyai jangka hayat antara 140 jam dan 148 jam.
 - (b) Diberi 10% daripada bateri itu mempunyai jangka hayat lebih daripada x jam. Cari nilai x .

[(a) 0.3218 ; (b) 156.4]

23. Berat bagi sekumpulan pelajar bertaburan secara normal dengan min 56 kg dan sisihan piawai 8 kg.

- (a) Cari berat bagi seorang pelajar jika skor piawai bagi berat pelajar itu ialah 1.75.
- (b) Jika seorang pelajar dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa pelajar itu mempunyai berat melebihi 63 kg.

[(a) $X = 70$; (b) 0.1908]

24. Jangka hayat bagi mentol yang dihasilkan oleh sebuah kilang pada suatu hari bertaburan secara normal dengan min 60 jam dan sisihan piawai 12 jam.

- (a) Cari peratus mentol yang mempunyai jangka hayat yang melebihi 75 jam.
- (b) Jika 85 mentol mempunyai jangka hayat yang melebihi 75 jam, cari jumlah mentol yang dihasilkan oleh kilang itu pada hari tersebut (kepada integer terdekat).

[(a) 10.56% ; (b) 805]

25. Skor bagi 14 500 calon dalam satu peperiksaan ditaburkan secara normal dengan min 58 dan sisihan piawai 16.

- (a) Jika skor minimum untuk mendapat cemerlang ialah 70, anggarkan bilangan calon yang cemerlang dalam peperiksaan itu.
- (b) Jika 5 800 calon mendapat skor lebih daripada h , cari nilai bagi h .

[(a) 3286 ; (b) $h = 62.05$]

26. Statistik pemeriksaan kesihatan dari sebuah sekolah bandar yang mempunyai 82 orang guru menunjukkan bahawa tekanan darah guru di sekolah itu mengikut suatu taburan normal dengan min 130 mmHg dan sisihan piawai 18 mmHg. Jika tekanan darah yang melebihi 150 mmHg diklasifikasikan sebagai tekanan darah tinggi, cari bilangan guru di sekolah itu yang mempunyai tekanan darah tinggi.

[11]

27. Ketebalan sejenis komponen elektronik yang dihasilkan oleh sebuah mesin mempunyai suatu taburan normal dengan min 0.5 mm. Komponen elektronik yang lebih nipis daripada 0.47 mm dianggap tidak memuaskan spesifikasi kawalan mutu dan akan ditolak. Jika 3.5% daripada komponen elektronik yang dihasilkan ditolak, cari sisihan piawai bagi taburan normal itu.

[0.0166]

28. Diameter sejenis skru yang dihasilkan oleh sebuah kilang didapati bertaburan secara normal dengan min 2 cm dan varians 0.0025 cm. Jika 2.5% daripada skru yang dihasilkan mempunyai diameter lebih daripada p cm dan 4% mempunyai diameter kurang daripada q cm, cari nilai p dan nilai q .

[$p = 2.098$; $q = 1.912$]

29. Jisim telur ayam yang dihasilkan dari sebuah ladang ternakan mengikut suatu taburan normal. Jika 49.2% daripada telur ayam itu mempunyai jisim melebihi 60 g dan 23.8% mempunyai jisim kurang daripada 40 g, cari min dan sisihan piawai bagi jisim telur ayam itu.

[(a) 59.45 g ; (b) 27.50 g]

30. Markah yang diperoleh oleh sekumpulan 600 orang murid dalam suatu kuiz matematik bertaburan secara normal dengan min 68 dan sisihan piawai 11.
- (a) Jika 30% daripada murid itu gagal dalam kuiz itu, cari markah minimum yang diperlukan untuk lulus dalam kuiz itu.
- (b) Jika 10 orang murid itu lulus dengan cemerlang dalam kuiz itu, cari markah minimum untuk lulus dengan cemerlang dalam kuiz itu.

[(a) 63; (b) 92]

31. X ialah pemboleh ubah rawak selanjar dengan keadaan $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Cari, betul kepada 4 tempat perpuluhan,
- (a) $P(|X - \mu| < 0.75\sigma)$,
- (b) nilai bagi μ and σ given that $P(X > 8.4) = 0.70$ dan $P(X > 13.2) = 0.25$.

[(a) 0.5468; (b) 10.50, 4.007]

32. Sebuah kilang menghasilkan sejenis jarum yang panjangnya bertaburan secara normal dengan min 4 cm dan sisihan piawai 0.05 cm.
- Jika sebatang jarum dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa panjangnya adalah kurang daripada 3.9 cm.
 - Jika kilang itu menghasilkan 2000 batang jarum dalam satu hari, cari bilangan jarum yang panjangnya melebihi 4.1 cm.
 - Cari peratusan jarum yang panjangnya antara 3.95 cm dengan 4.05 cm.

[(a) 0.0228; (b) 46; (c) 0.6826]

33. Sebuah ladang ternakan menghasilkan 10 000 telur ayam setiap hari. Ukuran lilitan telur mempunyai taburan normal dengan min 7.60 cm dan sisihan piawai 0.50 cm. 10% telur terbesar, yang dianggap gred A, akan dieksport, manakala 5% telur terkecil, yang dianggap sebagai gred C, dijual ke kedai roti untuk digunakan dalam kek dan pastri. Selebihnya dianggap gred B, dihantar ke pasar raya untuk keperluan domestik.
- Cari ukuran lilitan telur kelas B.
 - Cari pengeluaran harian telur gred B.
 - Sekiranya 10 biji telur dari ladang dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa tepat 6 biji telur adalah gred B.

[(a) 6.7775 cm to 8.241 cm; (b) 8500 eggs; (c) 0.0401]

- 34.** Pengkaji aktuari mengkaji kesan peningkatan jangka hayat pemegang polisi insurans terhadap keuntungan syarikat insurans. Pengkaji membuat andaian yang dikira bahawa jangka hayat pemegang polisi mempunyai taburan normal, dengan min jangka hayat 60 tahun dan sisihan piawai 14 tahun. Syarikat akan kehilangan wang bagi mana-mana pemegang polisi yang meninggal dunia sebelum berumur 50 tahun.
- (a) Tunjukkan bahawa kebarangkalian syarikat insurans akan mendapat keuntungan daripada mana-mana pemegang polisi yang dipilih secara rawak adalah 76.24%.
 - (b) Sekiranya 6 pemegang polisi dipilih secara rawak, cari kebarangkalian syarikat insurans memperoleh keuntungan daripada sekurang-kurangnya 5 daripadanya.
 - (c) Tentukan bilangan minimum pemegang polisi yang perlu dipilih secara rawak supaya kebarangkalian syarikat insurans memperoleh keuntungan dari sekurang-kurangnya salah satu daripada mereka adalah lebih besar daripada 98.90%.

[(b) 0.5633; (c) 4]

SOALAN SPM SEBENAR

KERTAS 1

35. SPM 2010 K1Q25

Pemboleh ubah rawak diskret X mempunyai satu taburan kebarangkalian binomial dengan $n = 4$, dengan keadaan n ialah bilangan percubaan.

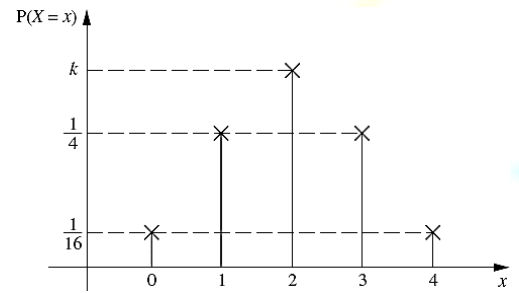
Rajah di bawah menunjukkan taburan kebarangkalian bagi X .

Cari

(a) nilai k ,

(b) $P(X \geq 3)$

[4 markah]



[(a) $\frac{3}{8}$; (b) $\frac{5}{16}$]

36. SPM 2011 K1Q25

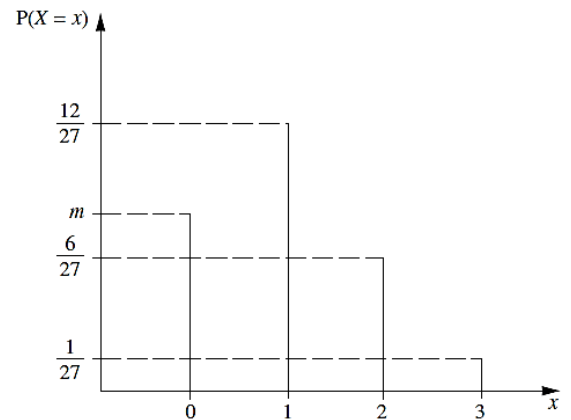
Rajah menunjukkan graf suatu taburan binomial bagi X .

Cari

(a) $P(X \geq 1)$

(b) nilai m .

[3 markah]



[(a) $[\frac{19}{27}]$; (b) $[\frac{8}{27}]$]

37. SPM 2012 K1Q25

Dalam satu ujian, 60% daripada pelajar telah lulus. Satu sampel yang terdiri daripada 8 pelajar dipilih secara rawak.

Cari kebarangkalian bahawa lebih daripada 6 pelajar daripada sampel itu lulus ujian tersebut.

[3 markah]

38. SPM 2013 K1 Q25

Pembolehubah rawak X mewakili taburan Binomial dengan 10 percubaan dan kebarangkalian berjaya ialah $\frac{1}{3}$.

Cari

- (a) sisihan piawai taburan itu,
- (b) kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya satu percubaan adalah berjaya.

[4 markah]

[(a) 1.4907 ; (b) 0.9827]

39. SPM 2016 K1 Q2

Dua keping syiling adil dilambung serentak. H mewakili peristiwa mendapat kepala dan T mewakili peristiwa mendapat ekor.

- (a) Senaraikan ruang sampel menggunakan tatanda set.
- (b) Diberi X ialah pemboleh ubah rawak diskret mewakili bilangan kepala diperolehi, senaraikan nilai-nilai X yang mungkin.

[2 markah]

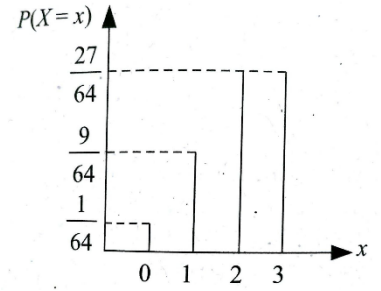
[(a) $S = \{HH, HT, TH, TT\}$; (b) $X = 0, 1, 2$]

40. SPM 2016 K1 Q24

Persatuan pengguna *ABC* menjalankan tinjauan tentang jangka hayat bagi jenama mentol lampu tertentu. Didapati bahawa kebarangkalian jangka hayat mentol lampu itu kurang daripada enam bulan ialah p .

Sampel 3 biji mentol lampu dipilih secara rawak.

Rajah 24 menunjukkan keputusan tinjauan itu, dengan keadaan X mewakili bilangan mentol lampu yang mempunyai jangka hayat kurang daripada enam bulan.



Rajah 24

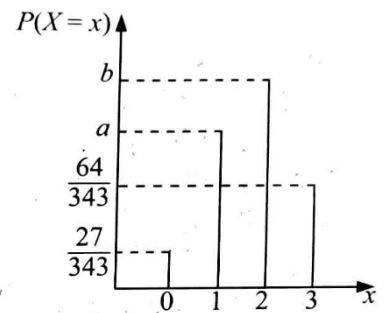
- (a) Cari nilai p .
- (b) Hitung bilangan mentol lampu yang masih berfungsi selepas 6 bulan, jika 20 mentol lampu dari jenama yang sama digunakan.

[(a) $\frac{3}{4}$; (b) 5]

41. SPM 2017 Q24

Rajah 9 menunjukkan graf bagi taburan binomial $X \sim B(3, p)$.

- (a) Ungkapkan $P(X = 0) + P(X > 2)$ dalam sebutan a dan b .
- (b) Cari nilai p .



[3 markah]

Rajah 9

[(a) $1 - a - b$; (b) $p = \frac{4}{7}$]

42. SPM 2018 K1 Q24

Sebuah badan sukarela menganjurkan kursus pertolongan cemas 4 kali sebulan, setiap Sabtu dari Mac hingga September.

[Andaikan setiap bulan mempunyai empat hari Sabtu]

Sueraya berhasrat untuk menyertai kursus tersebut tetapi dia mungkin perlu meluangkan satu hari Sabtu setiap bulan untuk menemani ibunya ke hospital.

Kebarangkalian bahawa Sueraya akan hadir ke kursus tersebut pada setiap Sabtu ialah 0.8. Sueraya akan diberi sijil kehadiran bulanan jika dia boleh menghadiri kursus tersebut sekurang-kurangnya 3 kali sebulan.

(a) Cari kebarangkalian bahawa Sueraya akan diberi sijil kehadiran bulanan.

(b) Sueraya akan layak untuk menduduki ujian pertolongan cemas jika dia memperoleh lebih daripada 5 sijil kehadiran bulanan.

Cari kebarangkalian bahawa Sueraya layak untuk menduduki ujian pertolongan cemas itu.

[4 markah]

[(a) 0.8192 ; (b) 0.6301]

43. SPM 2005 K1Q25

Jisim murid di sebuah sekolah mempunyai taburan normal dengan min 54 kg dan sisihan piawai 12 kg.

Carikan

(a) jisim murid apabila skor piawai ialah 0.5.

(b) peratus murid yang jisimnya lebih daripada 48 kg.

[4 markah]

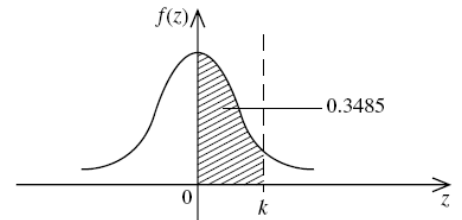
[(a) 60 kg ; (b) 69.15%]

44. SPM 2006 K1Q25

Rajah di bawah menunjukkan satu graf taburan normal piawai.

Kebarangkalian yang diwakili oleh luas kawasan berlorek ialah 0.3485.

- (a) Cari nilai k .
- (b) X ialah pemboleh ubah rawak selanjar bertaburan secara normal dengan min 79 dan sisihan piawai 3.
Cari nilai X apabila skor- z ialah k .



Rajah 25

[4 markah]

[(a) 1.03 ; (b) 82.09]

45. SPM 2008 K1Q25

Jisim sekumpulan murid sebuah sekolah mempunyai taburan normal dengan min 40 kg dan sisihan piawai 5 kg. Hitung kebarangkalian bahawa seorang murid yang dipilih secara rawak daripada kumpulan ini mempunyai jisim

- (a) melebihi 45 kg.
- (b) antara 35 kg dan 47.8 kg.

[4 markah]

[(a) 0.1587] ; (b) 0.78196]

46. SPM 2009 K1Q25

Jisim epal di sebuah gerai mempunyai taburan normal dengan min 200 g dan sisihan piawai 30 g.

- (a) Cari jisim, dalam g, sebiji epal yang mempunyai skor-z bernilai 0.5.
- (b) Jika sebiji epal dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa epal itu mempunyai jisim sekurang-kurangnya 194 g.

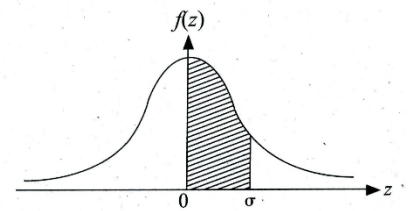
[4 markah]

[(a) 215 ; (b) 0.57926]

47. SPM 2014 K1 Q 25

Rajah 25 menunjukkan graf taburan normal piawai dengan min, μ , dan sisihan piawai, σ .

- (a) Nyatakan
 - (i) nilai μ ,
 - (ii) nilai σ
- (b) Cari luas rantau berlorek.



Rajah 25

[4 markah]

[(a) 0, 1 ; (b) 0.3413]

48. SPM 2015 K1 Q25

Pemboleh ubah X mempunyai taburan normal dengan min 25 dan sisihan piawai σ . Diberi skor- z ialah 2 apabila $X = 26.4$. Cari

- (a) nilai σ
- (b) nilai k dengan keadaan $P(X > k) = 0.3085$

[4 markah]

[(a) 0.7 ; (b) 25.35]

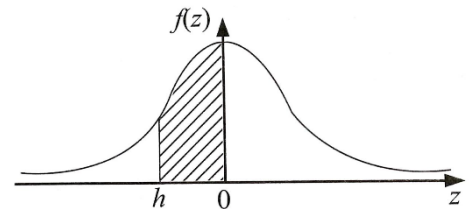
49. SPM 2017 K1 Q25

Rajah 10 menunjukkan satu graf taburan normal piawai. Kebarangkalian yang diwakili oleh luas kawasan berlorek ialah 0.2881.

- (a) Cari nilai h .
- (b) X ialah pemboleh ubah rawak selanjur bertaburan secara normal dengan min, μ dan varians 16.

Cari nilai μ jika skor- z bagi $X = 58.8$ ialah h .

Rajah 10

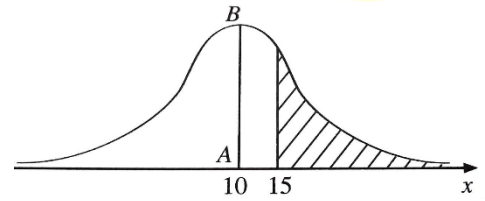


[4 markah]
[(a) -0.8 ; (b) 62]

50. SPM 2017 K1 Q25

Rajah 1 menunjukkan graf taburan kebarangkalian bagi suatu pemboleh ubah rawak X , $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.
 Diberi bahawa AB adalah paksi simetri bagi graf itu.

- (a) Nyatakan nilai μ .
- (b) Jika luas kawasan berlorek ialah 0.38, nyatakan nilai bagi $P(5 \leq X \leq 15)$. [2 markah]



Rajah 26

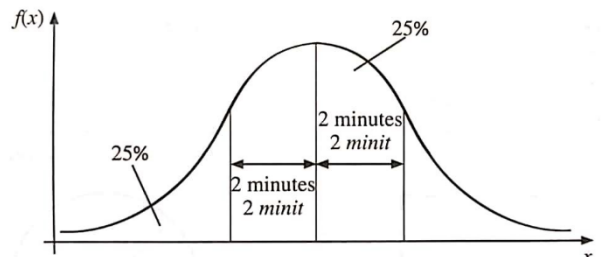
[(a) 10; (b) 0.24]

51. SPM 2019 K1 Q25

Rajah 11 menunjukkan graf taburan normal bagi masa sebuah bas sekolah untuk sampai ke sekolah.

- (a) Cari sisihan piawai.
- (b) Diberi bahawa min masa untuk bas itu sampai ke sekolah ialah 7:15 pagi. Murid-murid dianggap lewat sekiranya mereka sampai selepas 7:20 pagi. Lea menaiki bas itu ke sekolah. Hitung kebarangkalian bahawa Lea akan sampai lewat. Beri jawapan anda betul kepada tiga angka bererti.

[4 markah]



Rajah 11

[(a) 2.9647 ; (b) 0.0460]

KERTAS 2

52. SPM 2010 K2 Q10

- (a) Pembolehubah rawak, X , mengikut suatu taburan binomial dengan 10 cubaan dengan keadaan kebarangkalian kejayaan dalam setiap cubaan ialah p . Min bilangan kejayaan ialah 4. Hitung
- (i) nilai p . [0.4]
 - (ii) $P(X \leq 2)$. [0.1673]

[5 markah]

- (b) Diameter bagi buah limau dari sebuah ladang adalah mengikut taburan normal dengan min 3.2 cm dan sisihan piawai 1.5 cm. Hitung
- (i) kebarangkalian bahawa sebiji limau yang dipilih secara rawak dari ladang ini mempunyai diameter lebih daripada 3.9 cm, [0.3203]
 - (ii) nilai d jika 33% daripada limau itu mempunyai diameter kurang daripada d cm. [2.54]

[5 markah]

53. SPM 2012 K2 B11

- (a) Dalam suatu kajian di sebuah daerah tertentu, didapati tiga daripada lima keluarga memiliki sebuah kereta nasional.

Jika 10 keluarga dari daerah itu dipilih secara rawak, hitung kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya 8 keluarga memiliki sebuah kereta nasional. [0.1673]

[4 markah]

- (b) Dalam sebuah sekolah, 300 orang murid menduduki suatu ujian. Markah yang diperoleh adalah mengikut taburan normal dengan min 56 dan sisihan piawai 8.

(i) Cari bilangan murid yang lulus ujian itu, jika markah lulus ialah 40. [0.9773]

(ii) Jika 12% daripada murid itu lulus ujian dengan mendapat gred A, cari markah minimum untuk mendapat gred A. [66]

[6 markah]

54. SPM 2013 K2 B11

- (a) Didapati bahawa 70% murid dari sebuah kelas tertentu mendapat gred A bagi Geografi dalam peperiksaan percubaan SPM.

Jika 10 orang dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa

- (i) tepat 8 orang murid mendapat A, [0.2335]
(ii) tidak lebih daripada 8 orang murid mendapat A. [0.8507]

[4 markah]

- (b) Nilai Gred Purata Berkumpulan (NGPT) bagi penuntut tahun akhir di sebuah university adalah mengikut taburan normal dengan min 2.6 dan sisihan piawai 0.25.

- (i) Jika seorang penuntut dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa NGPT penuntut itu lebih daripada 3.0. [0.0548]
(ii) Ijazah akan dianugerahkan kepada penuntut tahun akhir yang memperoleh NGPT melebihi k . Jika 89.5% daripada penuntut berjaya memperoleh ijazah, cari nilai k . [2.287]

[6 markah]

55. SPM 2014 K2 B7

- (a) Satu tinjauan dijalankan berkenaan pengakap di sebuah sekolah. Didapati bahawa min bilangan pengakap ialah 315, varians ialah 126 dan kebarangkalian seorang murid menyertai pengakap ialah p .
- (i) Cari nilai p , [0.6]
 - (ii) Jika 8 orang murid dari sekolah itu dipilih secara rawak, cari kebarangkalian lebih daripada 5 orang murid menyertai pengakap. [0.3154]

[5 markah]

- (b) Jisim ahli-ahli pengakap dalam sekolah itu adalah mengikut taburan normal dengan min 48 kg dan sisihan piawai 5.8 kg. Cari
- (i) Kebarangkalian bahawa seorang ahli yang dipilih secara rawak dari kumpulan itu mempunyai jisim kurang daripada 45 kg. [0.3026]
 - (ii) nilai m , jika 25% daripada ahli pengakap itu mempunyai jisim lebih daripada m kg. [51.91]

[5 markah]

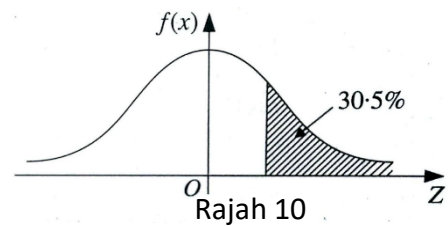
56. SPM 2015 K2 B10

- (a) Kebarangkalian seorang murid berbasikal ke sekolah ialah p . Suatu sampel 5 orang murid dipilih secara rawak.
- (i) Jika kebarangkalian bagi 5 orang murid itu berbasikal ke sekolah ialah 0.16807, cari nilai p . [0.7]
 - (ii) Cari kebarangkalian bahawa lebih daripada 3 orang murid berbasikal ke sekolah. [0.52822]

[5 markah]

- (b) Rajah 10 menunjukkan satu graf taburan normal piawai yang mewakili isipadu sos cili dalam botol yang dihasilkan oleh sebuah kilang. Diberi bahawa min ialah 950 cm^3 dan variansnya ialah 256 cm^6 . Jika peratus isi padu yang melebihi V ialah 30.5%, cari
- (i) nilai V , [958.16]
 - (ii) kebarangkalian bahawa isi padunya ialah antara 930 cm^3 dan 960 cm^3 . [0.6284]

[5 markah]



57. SPM 2016 K2 B9

- (a) Didapati bahawa 20% daripada murid-murid dari Kampung Aman berjalan kaki ke sekolah. Jika 8 orang murid dari Kampung Aman dipilih secara rawak, cari kebarangkalian bahawa tepat 3 orang murid daripada mereka berjalan kaki ke sekolah. [0.1468]

[2 markah]

- (b) Jisim nanas yang dituai dari sebuah ladang adalah mengikut taburan normal dengan min 2 kg dan sisihan piawai m kg. Diberi bahawa 15.87% daripada nanas itu mempunyai jisim lebih daripada 2.5 kg.

(i) Hitung nilai m , [0.5]

- (ii) Diberi bilangan nanas yang dituai dari ladang itu ialah 1320, cari bilangan nanas yang mempunyai jisim antara 1.0 kg hingga 2.5 kg. [1080]

[8 markah]

58. SPM 2017 K2 B9

- (a) Jisim bagi buah tembikai susu yang dihasilkan di sebuah ladang bertaburan secara normal dengan min 0.8 kg dan sisihan piawai 0.25 kg. Buah tembikai susu itu dikelaskan kepada tiga gred A, B dan C mengikut jisimnya:

$$\text{Gred A} > \text{Gred B} > \text{Gred C}$$

- (i) Jisim minimum bagi sebiji tembikai susu gred A ialah 1.2 kg.
Jika sebiji tembikai susu diambil secara rawak dari ladang itu, cari kebarangkalian bahawa buah tembikai susu itu ialah gred A. [0.0548]
- (ii) Cari jisim minimum, dalam kg, buah tembikai susu gred B jika 20% daripada buah-buahan tembikai susu itu ialah gred C. [0.5895 kg]

[5 markah]

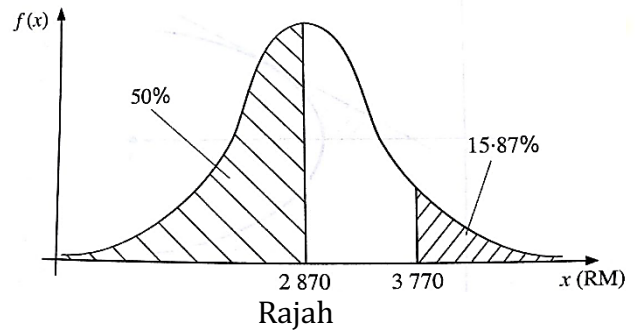
- (b) Dalam permainan Menembak Itik di taman hiburan, kebarangkalian untuk menang ialah 25 %. Jason telah membeli tiket untuk bermain permainan itu sebanyak n kali. Kebarangkalian untuk Jason menang sekali dalam permainan itu adalah 10 kali kebarangkalian kalah dalam semua permainan.

- (i) Cari nilai n , [30]
- (ii) Hitung sisihan piawai bagi bilangan kemenangan. [2.732]

[5 markah]

59. SPM 2018 K2 Q9

Satu kajian menunjukkan bahawa baki hutang kad kredit pelanggan-pelanggan adalah bertabur secara normal seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 6.

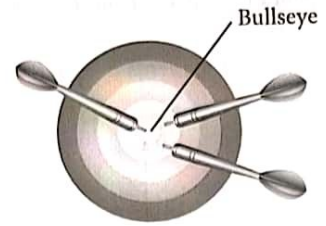


- (a) (i) Cari sisihan piawai. [900]
(ii) Jika 30 orang pelanggan dipilih secara rawak, cari bilangan pelanggan yang mempunyai baki hutang kad kredit di antara RM1800 dan RM3000. [13]
[7 markah]

- (b) Didapati bahawa 25% pelanggan mempunyai baki hutang kad kredit kurang daripada RM y . Cari nilai y . [RM2263.40]
[3 markah]

60. SPM 2019 K2 Q8

Rajah 4 menunjukkan papan sasaran 'dart' di sebuah gerai permainan 'dart' dalam pesta ria. Gerai itu menawarkan 3 'dart' bagi setiap permainan. Pelanggan perlu membayar RM5 untuk bermain satu permainan. Patung mainan beruang akan diberi kepada pelanggan yang dapat mengenai "bullseye" bagi ketiga-tiga balingan 'dart' dalam satu permainan.



Rajah 4

Bob ialah seorang pemain dart. Secara purata, balingannya kena pada "bullseye" 7 kali daripada 10 'dart' yang dibaling.


- (a) Bob akan bermain permainan itu jika dia mempunyai sekurang-kurangnya 90% peluang untuk memenangi sekurang-kurangnya satu patung mainan beruang dengan membelanjakan RM30. Dengan pengiraan matematik, cadangkan kepada Bob sama ada dia patut main permainan itu atau sebaliknya. [0.9196] [7 markah]
- (b) Berapakah bilangan minimum permainan yang Bob perlukan supaya dia boleh mendapat 4 patung mainan beruang? [12] [3 markah]

FUNGSI TRIGONOMETRI

- ONE PAGE NOTE (OPN)

- LEMBARAN KERJA

Puan Norfadzilah Lee

Bagi sebarang 

- $\sin(90 - \theta) = \cos \theta$
- $\cos(90 - \theta) = \sin \theta$
- $\tan(90 - \theta) = \cot \theta$
- $\text{kosek}(90 - \theta) = \text{sek } \theta$
- $\text{sek}(90 - \theta) = \text{kosek } \theta$
- $\text{kot}(90 - \theta) = \text{tan } \theta$

IDENTITI ASAS

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$
- $\text{sek}^2 x = 1 + \tan^2 x \Rightarrow \tan^2 x = \text{sek}^2 x - 1$
- $\text{kosek}^2 x = 1 + \text{kot}^2 x \Rightarrow \text{kot}^2 x = \text{kosek}^2 x - 1$

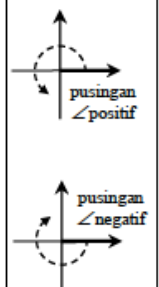
NOTA ONE PAGE " FUNGSI TRIGONOMETRI "

$\tan(A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \tan B}$

- $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$
- $\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$

RUMUS PENAMBAHAN

PUSINGAN SUDUT / HUBUNGAN ANTARA SUDUT / 3 ASAS NISBAH TRIGONOMETRI / TEOREM PYTHAGORAS



Sukuan II ~ cakak ($90^\circ < \theta < 180^\circ$)

- $\sin \theta \rightarrow +$
- $\cos \theta \rightarrow -$
- $\tan \theta \rightarrow -$

Sukuan I ~ tirus ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)

- $\sin \theta \rightarrow +$
- $\cos \theta \rightarrow +$
- $\tan \theta \rightarrow +$

Sukuan III ~ reflektif ($180^\circ < \theta < 270^\circ$)

- $\sin \theta \rightarrow -$
- $\cos \theta \rightarrow -$
- $\tan \theta \rightarrow +$

Sukuan IV ~ reflektif ($270^\circ < \theta < 360^\circ$)

- $\sin \theta \rightarrow -$
- $\cos \theta \rightarrow +$
- $\tan \theta \rightarrow -$

$\sin \begin{cases} + (I, II) \\ - (III, IV) \end{cases}$

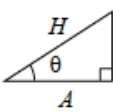
$\cos \begin{cases} + (I, IV) \\ - (II, III) \end{cases}$

$\tan \begin{cases} + (I, III) \\ - (II, IV) \end{cases}$

180 - I \leftrightarrow **II**

180 + I \leftrightarrow **III**

360 - I \leftrightarrow **IV**



$H = \sqrt{O^2 + A^2}$
 $O = \sqrt{H^2 - A^2}$
 $A = \sqrt{H^2 - O^2}$

3	4	5	5	12	13
6	8	10	7	24	25
9	12	15	8	15	17

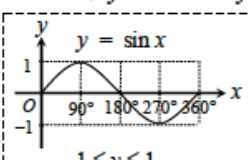
ASAS NISBAH TRIGONOMETRI 2

$\text{sek } x = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\text{sek } x}$
 $\text{kosek } x = \frac{1}{\sin x} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{\text{kosek } x}$
 $\text{kot } x = \frac{1}{\tan x} \Rightarrow \tan x = \frac{1}{\text{kot } x}$
 $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} / \text{kot } x = \frac{\cos x}{\sin x}$

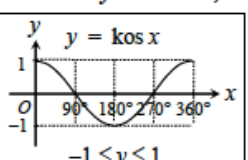
SUDUT NEGATIF

- $\sin(-\theta) = -\sin \theta$
- $\cos(-\theta) = \cos \theta$
- $\tan(-\theta) = -\tan \theta$

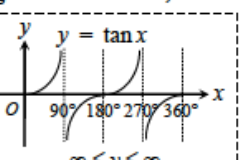
GRAF $\rightarrow y = a \sin bx / y = a \cos bx / y = a \tan bx$; dengan keadaan $a = 1, b = 1$



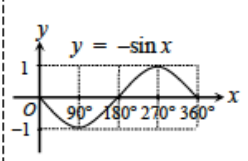
$y = \sin x$
 $-1 \leq y \leq 1$



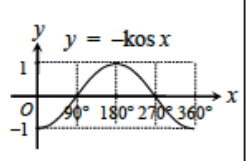
$y = \cos x$
 $-1 \leq y \leq 1$



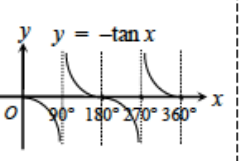
$y = \tan x$
 $-\infty \leq y \leq \infty$



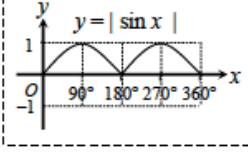
$y = -\sin x$



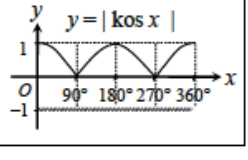
$y = -\cos x$



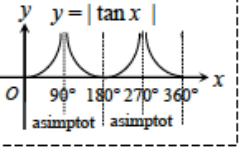
$y = -\tan x$



$y = |\sin x|$



$y = |\cos x|$



$y = |\tan x|$
asimptot asimptot

SUDUT KHAS BERGANDA / SUDUT SEPARUH

- $\sin 2A = 2 \sin A \cos A \Rightarrow \sin A = 2 \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}$
- $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A \Rightarrow \cos A = \cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2}$
 $= 2 \cos^2 \frac{A}{2} - 1 = 1 - 2 \sin^2 \frac{A}{2}$
- $\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} \Rightarrow \cot 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{2 \tan A}$

• Bagi graf $y = a \sin bx / y = a \cos bx / y = a \tan bx \rightarrow$ amplitud = $|a|$ [$b = \frac{360}{\text{kalaan}}$]

• Bagi graf $y = a \sin bx / y = a \cos bx \rightarrow$ kalaan = $\frac{360}{b}$

• Bagi graf $y = a \tan bx \rightarrow$ kalaan = $\frac{180}{b} \rightarrow b = \frac{180}{\text{kalaan}}$

* kalaan = sudut bagi bentuk graf berulang

SUDUT KHAS

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
kos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

- $\sin x^\circ = 0 \Rightarrow x = 0, 180, 360$
- $\sin x^\circ = 1 \Rightarrow x = 90$
- $\sin x^\circ = -1 \Rightarrow x = 270$
- $\cos x^\circ = 0 \Rightarrow x = 90, 270$
- $\cos x^\circ = 1 \Rightarrow x = 0, 360$
- $\cos x^\circ = -1 \Rightarrow x = 180$
- $\tan x^\circ = 0 \Rightarrow x = 0, 180, 360$
- $\tan x^\circ = \infty \Rightarrow x = 90, 270$

TOPIC 6 : FUNGSI TRIGONOMETRI

1 Diberi $\tan \theta = t$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$, ungkapkan, dalam sebutan t :

(a) $\cot \theta$,

(Jwp: $\frac{1}{t}$)

(b) $\sin (90 - \theta)$.

(Jwp: $\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$)

[3 markah] [2003, No.20]

Jawapan :

(a)

(b)

2 Diberi $\sin \theta = p$, dengan keadaan p ialah pemalar dan $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$. Cari dalam sebutan p

(a) $\operatorname{cosec} \theta$,

(Jwp : $\frac{1}{p}$)

(b) $\sin 2\theta$.

(Jwp : $-2p \sqrt{1-p^2}$)

[3 markah] [2008, No.17]

Jawapan :

(a)

(b)

3 Diberi bahawa $\sin A = \frac{5}{13}$ dan $\cos B = \frac{4}{5}$, dengan keadaan A ialah sudut cakah dan B ialah sudut tirus. Cari

(a) $\tan A$,

(Jwp : $-\frac{5}{12}$)

(b) $\cos (A - B)$.

(Jwp : $-\frac{33}{65}$)

[3 markah] [2009, No.17]

Jawapan :

(a)

(b)

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 4 Diberi $\cos \theta = p$, cari $\tan^2 \theta$.

$$(Jwp : \frac{1-p^2}{p^2})$$

[2 markah] [2010, No.18]

Jawapan :

- 5 Diberi bahawa $\tan A = \frac{3}{4}$ dan $\tan B = \frac{7}{24}$, dengan keadaan A ialah sudut tirus and B ialah sudut refleks. Cari

(a) $\cot A$,

$$(Jwp : \frac{4}{3})$$

)

(b) $\sin(A + B)$.

$$(Jwp : -\frac{4}{5})$$

[3 markah] [2011, No.15]

Jawapan :

(a)

(b)

- 6 Diberi $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ dan $0^\circ < \theta < 180^\circ$, cari nilai $\tan(\theta + 45^\circ)$.

$$(Jwp : -\frac{1}{7})$$

[3 markah] [2015, No.13]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 7 Diberi bahawa $\cos \alpha = t$ dengan keadaan t ialah pemalar dan $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. Ungkapkan dalam sebutan t

(a) $\sin (180^\circ + \alpha)$,

(Jwp : $-\sqrt{1-t^2}$)

(b) $\sec 2\alpha$,

(Jwp : $\frac{1}{2t^2-1}$)

[3 markah] [2017, No.15]

Jawapan :

(a)

(b)

- 8 Diberi $\sin 30^\circ = a$ dan $\cos 40^\circ = b$, ungkapkan dalam sebutan a dan b :

(a) $\sin 50^\circ$.

(b) $\cos 70^\circ$.

(Jwp : $b\sqrt{1-a^2} - a\sqrt{1-b^2}$)

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

- 9 Tanpa menggunakan sifir dan kalkulator, tunjukkan bahawa :

$$\sin 195^\circ = \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{3})}{4}$$

[3 markah] [Ramalan]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

10 Diberi $\sin(x + y) = \frac{1}{3}$ dan $\sin x \cos y = \frac{1}{2}$, cari nilai bagi :

(a) $\cos x \sin y$,

(Jwp : $-\frac{1}{6}$)

(b) $\tan x \cot y$.

(Jwp : -3)

[4 markah] [Ramalan]

Jawapan :

(a)

(b)

\Rightarrow **fungsi trigonometri ~2**

11 Selesaikan persamaan $6 \sec^2 A - 13 \tan A = 0$ bagi $0^\circ < A < 360^\circ$.
(Jwp : $33.69^\circ, 213.69^\circ ; 56.31, 236.31^\circ$)

[4 markah] [2003, No.21]

Jawapan :

12 Selesaikan persamaan $\cos^2 x - \sin^2 x = \sin x$ bagi $0^\circ \leq x \leq 360$.

(Jwp : $30^\circ, 150^\circ ; 270^\circ$)
[4 markah] [2004, No.18]

Jawapan :

13 Selesaikan persamaan $3 \cos 2x = 8 \sin x - 5$ bagi $0^\circ \leq x \leq 360$.

(Jwp : $41.81^\circ, 138.19^\circ$)
[4 markah] [2005, No.17]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 14** Selesaikan persamaan $15 \sin^2 x = \sin x + 4 \sin 30^\circ$ bagi $0^\circ \leq x \leq 360$.
(Jwp: $23.58^\circ, 156.42^\circ ; 199.47, 340.53^\circ$)

[4 markah] [2006, No.15]

Jawapan :

- 15** Selesaikan persamaan $\cot x + 2 \cos x = 0$ bagi $0^\circ \leq x \leq 360$.

(Jwp: $90^\circ, 270^\circ ; 210^\circ, 330^\circ$)
[4 markah] [2007, No.17]

Jawapan :

- 16** Selesaikan persamaan $3 \sin x \cos x - \cos x = 0$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
(160.53)

(Jwp : $90, 270 ; 19.47,$
[3 markah] [2009, No.16]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 17 Selesaikan persamaan $\sin 2\theta = \cos \theta$ bagi $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.
150°)

(Jwp : $90^\circ, 270^\circ; 30^\circ,$

[4 markah] [2011, No.14]

Jawapan :

- 18 Selesaikan persamaan $\tan^2\theta - 3\tan \theta + 2 = 0$ untuk $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.
243.43°)

(Jwp : $45^\circ, 225^\circ; 63.43^\circ,$

[3 markah] [2012, No.17]

Jawapan :

- 19 Selesaikan persamaan $\sin 2x + \cos x = 0$ bagi $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
330)

(Jwp : $90, 270; 210,$

[4 markah] [2014, No.14]

Jawapan :

- 20 Selesaikan persamaan $\tan \alpha = 4 - 3 \cot \alpha$ untuk $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$.

(Jwp : $45^\circ, 71.57^\circ$)

[3 markah] [2016, No.20]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 21 Selesaikan persamaan $3 \sin x \cos x + \cos x + 3 \sin x + 1 = 0$ bagi $0^\circ < x < 360^\circ$.
(Jwp : 180° ; 199.47° , 340.53°)

[3 markah]
[*Ramalan*]

Jawapan :

- 22 Selesaikan $6 \sin x = \sec x$ bagi $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.

(Jwp : 9.735° , 80.265°)
[3 markah] [*Ramalan*]

Jawapan :

(A) Fungsi Trigonometri → 6 – 10 markah

⇒ *Bahagian A ~ 1*

- 23 (a) Buktikan bahawa $\tan x \sin 2x = 1 - \cos 2x$. [2 markah]

- (b) Seterusnya, selesaikan persamaan $\tan x \sin 2x = \frac{1}{4}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

(Jwp : 20.705° , 159.295° , 200.705° , 339.295°)

[4 markah]
[**2013, No.4**]

Jawapan :

⇒ **Bahagian A ~ 2**

- 24 (a) Lakarkan graf bagi $y = \cos 2x$ untuk $0 \leq x \leq 180$. [3 markah]
- (b) Seterusnya, dengan melakarkan satu garis lurus yang sesuai pada paksi yang sama, carikan bilangan penyelesaian bagi persamaan $2 \sin^2 x = 2 - \frac{x}{180}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.

(Jwp : $y = \frac{x}{180} - 1 ; 2$)

[3 markah]

[2004, No.3]

Jawapan :

- 25 (a) Buktikan $\operatorname{cosec}^2 x - 2\sin^2 x - \cot^2 x = \cos 2x$. [2 markah]
- (b) (i) Lakarkan graf bagi $y = \cos 2x$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$.
- (ii) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lukiskan satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $3(\operatorname{cosec}^2 x - 2\sin^2 x - \cot^2 x) = \frac{x}{\pi} - 1$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{x}{3\pi} - \frac{1}{3} ; 4$)

[6 markah]

[2005, No.8]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 26 (a) Lakar graf bagi $y = -2 \cos x$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$. [4 markah]
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf lain yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\frac{\pi}{x} + 2 \cos x = 0$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{\pi}{x}$; 2) [3 markah]
- [2006, No.4]

Jawapan :

- 27 (a) Lakar graf bagi $y = |3 \cos 2x|$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$. [4 markah]
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $2 - |3 \cos 2x| = \frac{x}{\pi}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = 2 - \frac{x}{\pi}$; 8) [3 markah]
- [2007, No.3]

Jawapan :

- 28 (a) Buktikan $\frac{2 \tan x}{2 - \sec^2 x} = \tan 2x$. [2 markah]
- (b) (i) Lakar graf bagi $y = -\tan 2x$ untuk $0 \leq x \leq \pi$.
- (ii) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\frac{3x}{\pi} + \frac{2 \tan x}{2 - \sec^2 x} = 0$ untuk $0 \leq x \leq \pi$.
Nyatakan bilangan penyelesaian itu.
(Jwp : $y = \frac{3x}{\pi}$, 3) [6 markah [2008, No.4]

Jawapan :

- 29 (a) Lakar graf $y = \frac{3}{2} \cos 2x$ untuk $0 \leq x \leq \frac{3}{2} \pi$. [3 markah]
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\frac{4}{3\pi} x - \cos 2x = \frac{3}{2}$ untuk $0 \leq x \leq \frac{3}{2} \pi$.
Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{2x}{\pi} - \frac{9}{4}$; 3)
[3 markah] [2009, No.4]

Jawapan :

- 30** (a) Lakar graf bagi $y = 1 + 3\cos x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. [4 markah]
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $6\pi \cos x = 4\pi - 3x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = 3 - \frac{3x}{2\pi}$; 2) [3 markah]
- [2010, No.2]

Jawapan :

- 31** (a) Lakar graf bagi $y = -3\sin \frac{3}{2}x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. [4 markah]
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\frac{\pi}{x} + 3\sin \frac{3}{2}x = 0$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{\pi}{x}$, 2) [3 markah]
- [2011, No.6]

Jawapan :

- 32 (a) Buktikan bahawa $\frac{2}{\cos 2x + 1} = \sec^2 x$. [2 markah]
- (b) (i) Lakar graf $y = \cos 2x + 1$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. [3 markah]
- (ii) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\frac{2}{\sec^2 x} = \frac{x}{4\pi} + 1$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{x}{4\pi} + 1$; 4) [3 markah]
[2012, No.6]

Jawapan :

- 33 (a) Lakar graf bagi $y = 1 + \tan 2x$ untuk $0 \leq x \leq \pi$. [3 markah]
- (b) Seterusnya, menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $x + \pi \tan 2x = 0$ untuk $0 \leq x \leq \pi$.
Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = 1 - \frac{x}{\pi}$, 3) [3 markah]
[2014, No.2]

Jawapan :

- 34 (a) Buktikan $\frac{\sin 2x}{\tan^2 x + 2\cos^2 x - \sec^2 x} = \tan 2x$. [2 markah]
- (b) Lakar graf bagi $y = |\tan 2x|$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. [3 markah]
- (c) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\left| \frac{\sin 2x}{\tan^2 x + 2\cos^2 x - \sec^2 x} \right| + \frac{x}{2\pi} = 1$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
 (Jwp : $y = 1 - \frac{x}{2\pi}$; 8) [3 markah]

[2016, No.4]

Jawapan :

⇒ **Bahagian B ~1**

- 35 (a) (i) Buktikan bahawa $2 \cos (x + 45^\circ) \cos (x - 45^\circ) = \cos 2x$. [3 markah]
- (ii) Seterusnya, selesaikan persamaan : $2 \cos (x + 45^\circ) \cos (x - 45^\circ) = \frac{1}{2}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
 (Jwp : 30, 150, 210, 330) [4 markah]
- (b) Lakar graf bagi $y = \cos 2x$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$. [3 markah]
 [2015, No.7]

Jawapan :

36 (a) Buktikan $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 3x$. [3 markah]

(b) Seterusnya,

(i) selesaikan persamaan $\sin\left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$ dan beri jawapan anda dalam bentuk pecahan termudah dalam sebutan π rad, (Jwp : $\frac{2}{9}\pi, \frac{10}{9}\pi, \frac{14}{9}\pi$)

(ii) lakar graf bagi $y = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{2}$ untuk $0 \leq x \leq \pi$.

[7 markah]
[2018 No.7]

Jawapan :

⇒ **Bahagian B ~2**

37 (a) Buktikan bahawa $\tan x + \cot x = 2 \operatorname{cosec} 2x$. [4 markah]

(b) (i) Lakarkan graf bagi $y = 2 \cos \frac{3}{2}x$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$.

(ii) Carikan persamaan garis lurus yang sesuai untuk menyelesaikan persamaan $\cos \frac{3}{2}x = \frac{3}{4\pi}x - 1$. Seterusnya, menggunakan paksi yang sama, lakarkan garis lurus itu dan nyatakan bilangan penyelesaian bagi persamaan $\cos \frac{3}{2}x = \frac{3}{4\pi}x - 1$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$.

(Jwp : $y = \frac{3}{2\pi}x - 2, 3$)

[6 markah]

[2003, No.8]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 38 (a) Buktikan bahawa $2\tan\theta \cos^2\theta = \sin 2\theta$. [2 markah]
- (b) Seterusnya, selesaikan persamaan $4n\theta \cos^2\theta = 1$ untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
(Jwp : $15^\circ, 75^\circ, 195^\circ, 255^\circ$) [2 markah]
- (c) (i) Lakar graf $y = \sin 2\theta$ untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
- (ii) Seterusnya, menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $4\pi\tan\theta \cos^2\theta = x - 2\pi$ untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{x}{2\pi} - 1, 4$)
- [6 markah]
[2017, No.10]

Jawapan :

Fungsi Trigonometri → 6 – 10 markah

⇒ **Bahagian A ~ bentuk 1**

- 39 (a) Tanpa menggunakan sifir dan kalkulator, tunjukkan bahawa :

$$\tan 195^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \quad [3 \text{ markah}]$$

- (b) Diberi $\tan(X - Y) + 1 = 0$ dan $4 \tan X + \tan Y = 5$ dengan keadaan X dan Y adalah sudut tirus. Carikan nilai X dan Y yang memuaskan kedua-dua persamaan itu.
(Jwp : $X = 26.57, Y = 71.57$) [5 markah]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 40 (a) Diberi $\cos \theta = p$ dan $\sin \theta = q$.
- (i) Tunjukkan bahawa $\frac{q^2}{1-p} = 1+p$. [2 markah]
- (ii) Carikan nilai θ dengan keadaan $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ jika $3p - 2q^2 = 0$.
(Jwp : 60) [3 markah]
- (b) Diberi $\tan A = \frac{1}{3}$ dan $\tan B = \frac{1}{2}$ dengan keadaan A dan B ialah sudut tirus. Tanpa menggunakan buku sifir atau kalkulator, carikan nilai bagi :
- (i) $\tan (A + B)$, (Jwp : 1) [2 markah]
- (ii) Seterusnya, carikan nilai bagi $A + B$. (Jwp : 45) [1 markah]

Jawapan :

- 41 Diberi $\frac{\cos (A+B)}{\cos (A-B)} = \frac{3}{4}$.
- (a) Tunjukkan bahawa $\cos A \cos B = 7 \sin A \sin B$. [2 markah]
- (b) Rumuskan satu hubungan antara $\tan A$ dengan $\tan B$. (Jwp : $\tan A \tan B = \frac{1}{7}$) [2 markah]
- (c) Diberi $A + B = 45^\circ$, hitungkan nilai bagi $\tan A + \tan B$. (Jwp : $\frac{6}{7}$) [2 markah]

Jawapan :

⇒ **Bahagian A ~ bentuk 2**

- 42 (a) Lakarkan graf $y = -|\cos 2\theta|$ untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$.
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf lain yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $1 - \left| \frac{1}{\sec 2\theta} \right| = \frac{\theta}{\pi}$ untuk $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{\theta}{\pi} - 1, 5$) [6 markah]

Jawapan :

- 43 (a) Lakarkan graf $y = 2 \cos 2x - 1$ untuk $0 \leq x \leq \pi$.
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf lain yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\cos 2x = \frac{x}{\pi}$ untuk $0 \leq x \leq \pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{2}{\pi}x - 1, 2$) [6 markah]

Jawapan :

- 44 (a) Lakarkan graf $y = 2 \cos x + 1$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf lain yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\pi \cos x - \frac{x}{2} = 0$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{x}{\pi} + 1, 3$) [6 markah]

Jawapan :

- 45 (a) Lakarkan graf $y = 3 \sin 2x$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Carikan persamaan garis lurus yang sesuai untuk menyelesaikan persamaan $x = \frac{3}{2}\pi (1 - \sin 2x)$. Seterusnya, menggunakan paksi yang sama, lakarkan garis lurus itu dan nyatakan bilangan penyelesaian bagi persamaan $x = \frac{3}{2}\pi (1 - \sin 2x)$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$. (Jwp : $y = -\frac{2}{\pi}x + 3, 5$) [6 markah]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 46 (a) Lakarkan graf $y = -3 \sin 2x$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf lain yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $3 \sin 2x + \frac{x}{\pi} = 1$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{x}{\pi} - 1, 5$) [6 markah]

Jawapan :

- 47 (a) Lakarkan graf $y = |-\sin 2x|$ untuk $0 \leq x \leq \pi$.
- (b) Carikan persamaan garis lurus yang sesuai untuk menyelesaikan persamaan $2|\sin 2x| - 1 = 0$. Seterusnya, menggunakan paksi yang sama, lakarkan garis lurus itu dan nyatakan bilangan penyelesaian bagi persamaan $2|\sin 2x| - 1 = 0$. (Jwp : $y = \frac{1}{2}, 4$) [6 markah]

Jawapan :

- 48 (a) Lakarkan graf $y = 1 - \sin 2x$ untuk $0^\circ \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Seterusnya, dengan melakarkan satu garis lurus yang sesuai pada paksi yang sama, carikan bilangan penyelesaian bagi persamaan $x = 2\pi \sin 2x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. (Jwp : $y = -\frac{1}{2\pi}x + 1, 4$) [6 markah]

Jawapan :

- 49 (a) Lakarkan graf $y = 2|\sin x| - 1$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf lain yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $2\pi|\sin x| + x = 2\pi$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = 1 - \frac{1}{\pi}x, 4$) [6 markah]

Jawapan :

- 50 (a) Lakarkan graf $y = 3 \tan \frac{1}{2}x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf lain yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $6\pi \tan \frac{1}{2}x = 2\pi - x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = 1 - \frac{x}{2\pi}, 2$) [6 markah]

Jawapan :

- 51 (a) Lakarkan graf $y = |\tan x|$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf lain yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $2\pi |\tan x| - x = 0$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = \frac{x}{2\pi}, 4$) [6 markah]

Jawapan :

- 52 (a) Lakarkan graf $y = 3 \tan x + 2$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$.
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu graf lain yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $6 \tan x - 4 = 0$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = 4, 2$) [6 markah]

Jawapan :

\Rightarrow **Bahagian B**

- 53 (a) Diberi $\tan \theta = p$. Tunjukkan bahawa $\sin 2\theta = \frac{2p}{1+p^2}$. [3 markah]
- (b) (i) Lakarkan graf $y = \left| \sin x + \frac{1}{2} \right|$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. [4 markah]
- (ii) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $\left| \sin x + \frac{1}{2} \right| = 1 - \frac{x}{2\pi}$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = 1 - \frac{x}{2\pi}, 5$) [3 markah]

Jawapan :

- 54 (a) Buktikan bahawa $\frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{\sin(x+y) + \sin(x-y)} = \tan y$. [3 markah]
- (b) (i) Lakarkan graf $y = |1 + 3\cos x|$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. [4 markah]
- (ii) Seterusnya, dengan menggunakan paksi yang sama, lakar satu garis lurus yang sesuai untuk mencari bilangan penyelesaian bagi persamaan $|6\pi \cos x + 2\pi| = 4\pi - 3x$ untuk $0 \leq x \leq 2\pi$. Nyatakan bilangan penyelesaian itu. (Jwp : $y = 2 - \frac{3x}{2\pi}, 2$) [3 markah]

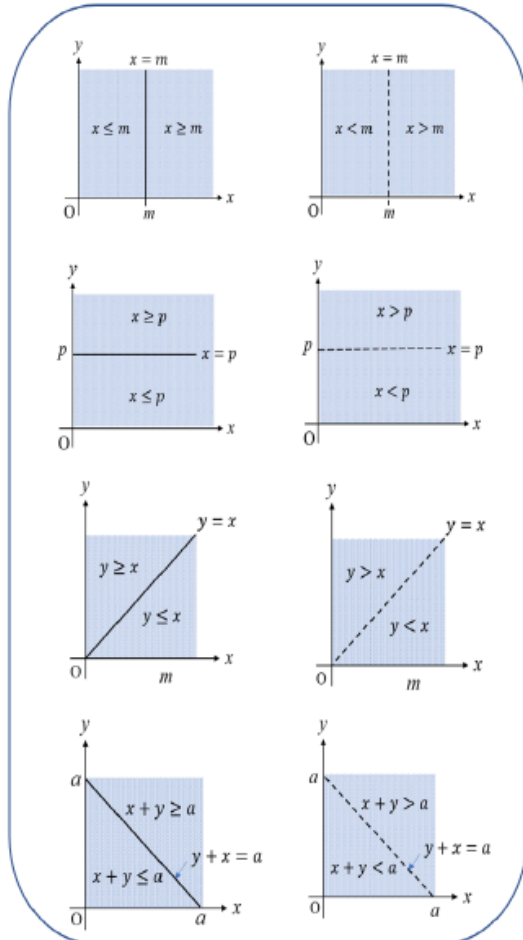
Jawapan :

PENGATURCARAAN LINEAR

**- ONE PAGE NOTE (OPN)
- LEMBARAN KERJA**

Encik Ong Choon Keat

Bagaimana untuk mewakili ketaksamaan secara grafik?



NOTA ONE PAGE “ PENGATURCARAAN LINEAR ”

Kata Kunci (Keywords)

Kata kunci	Maksudnya	Menentukan symbol <=>			Simbol Akhir
		<	=	>	
kurang daripada	kurang	<	=	>	<
lebih daripada	lebih	<	=	>	>
sekurang-kurangnya	tak boleh kurang	X	=	>	≥
Selebih-lebihnya	tak boleh lebih	<	=	X	≤
maksimum	tak boleh lebih	<	=	X	≤
minimum	tak boleh kurang	X	=	>	≥
tidak kurang daripada	tak boleh kurang	X	=	>	≥
tidak lebih daripada	tak boleh lebih	<	=	X	≤

Bil.	Kekangan	Ketaksamaan
1.	x lebih daripada 3	$x > 3$
2.	y kurang daripada 50	$y < 50$
3.	Jumlah x dan y adalah sekurang-kurangnya 100	$x + y \geq 100$
4.	y selebih-lebihnya 2 kali daripada x	$y \leq 2x$
5.	Modal x adalah maksimum RM500	$x \leq 500$
6.	Bilangan minimum y adalah 10.	$y \geq 10$
7.	Nisbah x kepada y adalah tidak kurang daripada 1:3	$\frac{x}{y} \geq \frac{1}{3}$
8.	y melebihi x tidak lebih daripada 16.	$y - x \leq 16$

Contoh:

Sebuah sekolah ingin membeli dua jenis meja, iaitu meja M dan meja N untuk diletakkan di dalam makmal komputer. Harga bagi sebuah meja M dan meja N masing-masing ialah RM200 dan RM100. Luas permukaan meja M ialah 1 m^2 manakala meja N ialah 2 m^2 . Sekolah tersebut membeli x buah meja M dan y buah meja N. Penbelian meja berdasarkan kekangan berikut:

I: Jumlah luas permukaan meja adalah tidak kurang daripada 30 m^2 .

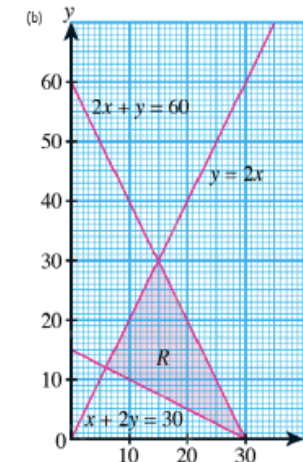
II: Jumlah wang yang diperuntukkan ialah RM6000.

III: Bilangan meja N selebih-lebihnya adalah dua kali bilangan meja M.

(a) Selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, tuliskan tiga ketaksamaan linear yang memenuhi semua kekangan di atas.

(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 10 bush meja pada paksi- x dan paksi- y , bina dan lorekkan rantau R yang memisahkan semua kekangan di atas.

Penyelesaian: (a) Kekangan I:
 $x + 2y \geq 30$
Kekangan II:
 $200x + 100y \leq 6000$
 $2x + y \leq 60$
Kekangan III:
 $y \leq 2x$



TOPIC 7 : PENGATURCARAAN LINEAR
[2 – 4 questions → 7 – 11 marks]

7.1 Model Pengaturcaraan Linear ~ 3 Jam

7.1.1 Membentuk model Matematik bagi suatu situasi berdasarkan kekangan yang diberi dan seterusnya mewakili model tersebut secara grafik..

[*Aktiviti penerokaan yang melibatkan pengoptimuman perlu dijalankan*]

7.2 Aplikasi Pengaturcaraan Linear ~ 7 Jam

7.2.1 Menyelesaikan masalah yang melibatkan pengaturcaraan linear secara graf.

[*Istilah kekangan, rantau tersaur, fungsi objektif dan nilai optimum perlu dilibatkan*]

(B) Pengaturcaraan Linear → Asas

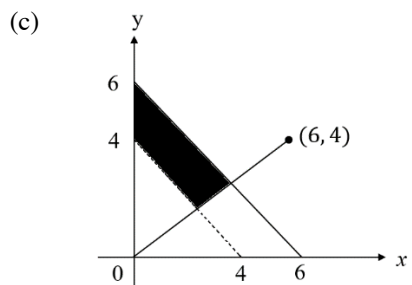
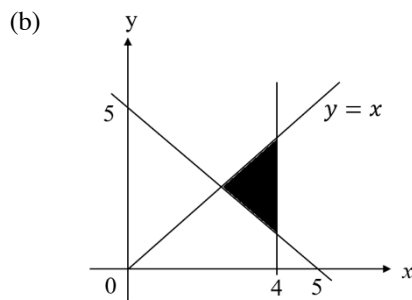
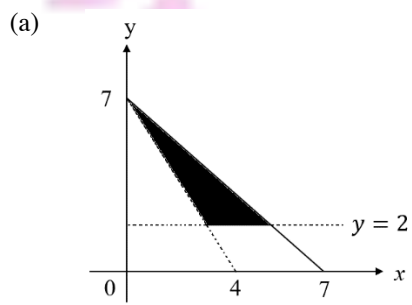
1 Lakar dan lorek rantau yang memenuhi ketaksamaan yang diberikan dalam setiap yang berikut.

(a) $y \leq x, x + y < 4, 2y \geq x$

(b) $y + x < 5, x + y > 4, 2y \geq x$

(c) $y \leq x + 3, 2y > x, x + y \geq 7$

2 Tulis ketaksamaan-ketaksamaan linear yang mentakrifkan rantau berlorek dalam setiap yang berikut:



Jwp:

- (a) $x + y \leq 7, 4y > 28 - 7x, y > 2$
- (b) $x \leq 4, y \leq x, x + y \geq 5$
- (c) $x + y \leq 6, x + y > 4, 3y \geq 2x$

- 3 Tulis tiga ketaksamaan selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ yang memenuhi semua kekangan di bawah:

Harga sebuah buku tulis ialah RM0.80 dan harga sebatang pensil ialah RM1.20. Siti membeli x buah buku tulis dan y batang pensil.

I: Sekurang-kurang 5 batang pensil dibeli.

II: Jumlah bilangan buku tulis dan pensil yang dibeli selebih-lebihnya 13.

III: Wang yang dibelanjakan adalah tidak melebihi RM10.00.

[Jwp: $y \geq 5, x + y \leq 13, 2x + 3y \leq 25$]

Jawapan :

- 4 Tulis empat ketaksamaan selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ yang memenuhi semua kekangan di bawah:

Harga sebiji oren ialah RM1.80 dan harga sebiji epal ialah RM1.20. Fatimah membeli x biji oren dan y biji epal.

I: Sekurang-kurang 8 biji oren dibeli.

II: Jumlah bilangan oren dan epal yang dibeli kurang daripada 20 biji.

III: Bilangan epal yang dibeli melebihi dua kali bilangan oren yang dibeli.

IV: Wang yang dibelanjakan adalah selebih-lebihnya RM48.00.

[Jwp: $x \geq 8, x + y < 20, y > 2x, 3x + 2y \leq 80$]

Jawapan :

- 5 Tulis tiga ketaksamaan selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ yang memenuhi semua kekangan di bawah:

Sebuah kedai roti menjual dua jenis roti, iaitu roti M dan roti N . Sebuku roti M berharga RM1.90 manakala sebuku roti N berharga RM1.60. Bilangan roti M dan roti N yang dijual masing-masing ialah x buku dan y buku.

I: Jualan roti M adalah selebih-lebihnya RM95.

II: Jumlah bilangan roti yang dijual adalah kurang daripada 460 buku.

III: Jumlah jualan dua jenis roti itu adalah sekurang-kurangnya RM250.

[Jwp: $x \leq 50, x + y < 460, 19x + 16y \geq 2500$]

Jawapan :

- 6 Tulis tiga ketaksamaan selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ yang memenuhi semua kekangan di bawah:

Ali mempunyai sebilangan duit syiling yang bernilai RM90. Dia mempunyai sekurang-kurangnya RM15 duit syiling 10 sen dan sekurang-kurangnya RM40 duit syiling 50 sen. Bilangan duit syiling 50 sen adalah melebihi dua kali bilangan duit syiling 10 sen. Bilangan duit syiling 10 sen ialah x keping dan bilangan duit syiling 50 sen ialah y keping.

[Jwp: $x \geq 15, y \geq 40, y > 2x$]

Jawapan :

(C) Pengaturcaraan Linear → 10 markah

⇒ **Bahagian C**

- 7 Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.

Yahya mempunyai peruntukan sebanyak RM225 bagi membeli x kg udang dan y kg ikan. Jumlah jisim kedua-dua barangan itu tidak kurang daripada 15 kg. Jisim udang adalah selebih-lebihnya tiga kali jisim ikan. Harga 1 kg udang ialah RM9 dan harga 1 kg ikan ialah RM5.

- (a) Tuliskan tiga ketaksamaan selain $x \geq 0$ and $y \geq 0$ yang memenuhi semua syarat di atas.
(Jwp : $x + y \geq 15$; $y \geq \frac{1}{3}x$; $9x + 5y \leq 225$) [3 markah]
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan skala 2 cm kepada 5 kg pada kedua-dua paksi, bina dan lorekkan rantau R yang memenuhi semua syarat di atas. [4 markah]
- (c) Jika Yahya membeli 10 kg ikan, berapakah baki maksimum peruntukannya itu?
(Jwp : 130) [3 markah]
[2003, No.14]

Jawapan :

8 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Suatu pejabat pendidikan daerah bercadang mengadakan kursus pengajaran Matematik dan Sains dalam bahasa Inggeris. Kursus itu akan dihadiri oleh x peserta Matematik dan y peserta Sains. Pemilihan peserta adalah berdasarkan kekangan berikut:

- I. Jumlah peserta sekurang-kurangnya 40 orang.
 - II. Bilangan peserta Sains selebih-lebihnya dua kali bilangan peserta Matematik.
 - III. Peruntukan maksimum untuk perbelanjaan kursus tersebut ialah RM7200. Perbelanjaan untuk seorang peserta Matematik ialah RM120 manakala perbelanjaan untuk seorang peserta Sains ialah RM 80.
- (a) Tuliskan tiga ketaksamaan selain, $x \geq 0$ and $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas .
(Ans : : $x + y \geq 40$; $y \leq 2x$; $3x + 2y \leq 180$) [3 markah]
- (b) Seterusnya, dengan menggunakan skala 2 cm kepada 10 orang peserta pada kedua-dua paksi, bina dan lorekkan rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
- (c) Dengan menggunakan graf anda dari (b), carikan
- (i) bilangan maksimum dan minimum peserta Matematik apabila bilangan peserta Sains ialah 10 orang. (*Jwp*: $x_{\text{minimum}} = 30$, $x_{\text{maksimum}} = 53$)
 - (ii) kos minimum untuk mengadakan kursus tersebut. (*Jwp* : 3760)

[4 markah]
[2004, No.14]

Jawapan :

9 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Sebuah institusi menawarkan dua kursus komputer, P dan Q. Bilangan peserta bagi kursus P ialah x orang dan bilangan peserta bagi kursus Q ialah y orang. Pengambilan peserta tidak melebihi 100 orang:

- I. Jumlah peserta tidak melebihi 100 orang.
 - II. Bilangan peserta kursus Q tidak melebihi 4 kali bilangan peserta kursus P.
 - III. Bilangan peserta kursus Q mesti melebihi bilangan peserta kursus P sekurang-kurang 5 orang .
- (a) Tuliskan tiga ketaksamaan selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
(Ans : : $x + y \leq 100$; $y \leq 4x$; $y - x \geq 5$) [3 markah]
- (b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 10 orang peserta pada kedua-dua paksi, bina dan lorekkan rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
- (c) Dengan menggunakan graf anda dari (b), carikan
- (i) julat bilangan peserta bagi kursus Q jika bilangan peserta kursus P ialah 30 orang.
(Jwp: $35 \leq y \leq 70$)
 - (ii) jumlah yuran maksimum sebulan yang boleh dikutip jika yuran sebulan bagi kursus P dan kursus Q masing-masing ialah RM50 dan RM60. (Jwp : 5800)

[4 markah]
[2005, No.14]

Jawapan :

10 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Sebuah bengkel perabot menghasilkan dua jenis rak, P dan Q. Penghasilan setiap rak melibatkan dua proses, iaitu membuat dan mengecat, jadual menunjukkan tempoh masa yang diambil untuk proses membuat dan mengecat seunit rak P dan seunit rak Q.

Rak	Tempoh masa (minit)	
	Membuat	Mengecat
P	60	30
Q	20	40

Bengkel itu menghasilkan x unit rak P dan y unit rak Q sehari. Penghasilan rak sehari adalah berdasarkan kekangan berikut :

- I. Jumlah masa maksimum untuk membuat kedua-dua rak adalah 720 minit.
 - II. Jumlah masa untuk mengecat kedua-dua rak adalah sekurang-kurangnya 360 minit.
 - III. Nisbah bilangan rak P kepada bilangan rak Q adalah sekurang-kurang 1 : 3.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
(Ans : : $3x + y \leq 36$; $3x + 4y \geq 36$, $y \leq 3x$) [3 markah]
 - (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 2 unit rak pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
 - (c) Dengan menggunakan graf anda dari (b), cari
 - (i) bilangan minimum rak Q jika bilangan rak P yang dihasilkan ialah 7 unit sehari. (*Jwp*: 4)
 - (ii) jumlah keuntungan maksimum sehari jika keuntungan yang diperolehi dari satu unit rak P ialah RM24 dan dari satu unit rak Q ialah RM 32. (*Jwp* : 720)

[4 markah]
[2006, No.13]

Jawapan :

11 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Sebuah kilang menghasilkan dua komponen, P dan Q. Pada satu hari tertentu, kilang itu menghasilkan x keping komponen P dan y keping komponen Q. Keuntungan daripada penjualan sekeping komponen P ialah RM15 dan sekeping komponen Q ialah RM12. Penghasilan komponen-komponen itu dalam sehari adalah berdasarkan kekangan berikut :

- I. Jumlah komponen yang dihasilkan adalah selebih-lebihnya 500.
 - II. Bilangan komponen P yang dihasilkan tidak melebihi tiga kali bilangan komponen Q.
 - III. Jumlah keuntungan minimum bagi kedua-dua komponen adalah RM 4200.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
(Ans : : $x + y \leq 500$; $3y \geq x$, $5x + 4y \geq 1400$) [3 markah]
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 50 komponen pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
- (c) Gunakan graf di (b), untuk mencari
- (i) bilangan minimum komponen Q jika bilangan komponen P yang dihasilkan pada satu hari tertentu adalah 100. (Jwp : 225)
 - (ii) jumlah keuntungan maksimum dalam sehari. (Jwp : 7125)

[4 markah]
[2007, No.14]

Jawapan :

12 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Ahli-ahli suatu persatuan belia bercadang untuk mengadakan satu perkelahan. Mereka bersetuju untuk menyewa x buah bas dan y buah van. Sewaan sebuah bas ialah RM800 dan sewaan sebuah van ialah RM300. Sewaan kenderaan bagi perkelahan itu adalah berdasarkan kekangan berikut :

- I. Jumlah kenderaan yang disewa tidak melebihi 8 buah.
 - II. Bilangan bas selebih-lebihnya adalah dua kali bilangan van.
 - III. Peruntukan maksimum untuk sewaan kenderaan ialah RM 4000.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
(Jwp : $x + y \leq 8$; $2y \geq x$; $8x + 3y \leq 40$) [3 markah]
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 1 kenderaan pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
- (c) Gunakan graf yang dibina di (b), untuk mencari
- (i) bilangan minimum van yang disewa jika 3 buah bas disewa, (Jwp : 2)
 - (ii) bilangan maksimum ahli yang boleh dimuatkan ke dalam kenderaan yang disewa jika sebuah bas boleh dimuatkan dengan 48 orang penumpang dan sebuah van boleh dimuatkan dengan 12 orang penumpang. (Jwp : 216)

[4 markah]
[2008, No.15]

Jawapan :

13 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Johan menggunakan x keping jubin kecil dan y keping jubin besar untuk hiasan bilik mandinya. Perbelanjaan hiasan tersebut adalah berdasarkan kekangan berikut :

- I. Jumlah bilangan jubin tidak boleh melebihi 100 keping.
 - II. Bilangan jubin kecil tidak boleh melebihi tiga kali bilangan jubin besar.
 - III. Bilangan jubin besar tidak boleh melebihi 30 bilangan jubin kecil.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memuaskan semua kekangan di atas.
(Jwp : $x + y \leq 100$; $3y \geq x$; $y - x \leq 30$) [3 markah]
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 10 keping jubin pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
- (c) Menggunakan graf yang dibina di (b), cari
- (i) bilangan maksimum jubin kecil yang boleh digunakan, (Jwp : 75)
 - (ii) jumlah kos maksimum untuk jubin-jubin itu jika kos bagi sekeping jubin kecil itu ialah RM1.50 dan kos bagi sekeping jubin besar itu ialah RM3.00. (Jwp : 247.5)

[4 markah]
[2009, No.14]

Jawapan :

14 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Sebuah pusat latihan menawarkan dua kursus, A dan B. Bilangan peserta kursus A ialah x dan bilangan peserta kursus B ialah y . Pengambilan peserta adalah berdasarkan kekangan berikut :

- I. Bilangan maksimum peserta kursus ialah 80.
 - II. Bilangan peserta kursus B adalah sekurang-kurangnya 10.
 - III. Bilangan peserta kursus B selebih-lebihnya adalah $\frac{3}{2}$ kali bilangan peserta kursus A.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
(Jwp : $x + y \leq 80$; $y \geq 10$; $y \leq \frac{3}{2}x$) [3 markah]
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 10 orang peserta pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
- (c) Dengan menggunakan graf yang dibina di (b), cari
- (i) bilangan minimum peserta kursus A, (Jwp : 7)
 - (ii) jumlah maksimum kutipan yuran sebulan jika kutipan yuran sebulan bagi seorang peserta kursus A ialah RM 300 dan bagi seorang peserta kursus B ialah RM 400. (Jwp : 28800) [4 markah]
- [2010, No.14]

Jawapan :

15 Guna kertas graf untuk menjawab soalan ini.

Sebuah syarikat memperoleh tender mengecat sebuah bangunan kerajaan. Bangunan itu mesti dicat dengan cat alas dan cat kilat. Bilangan tin cat alas ialah x dan bilangan tin cat kilat ialah y . Kerja-kerja mengecat adalah berdasarkan kekangan berikut :

- I. Bilangan tin cat kilat adalah **tidak** melebihi 2 kali bilangan tin cat alas,
 - II. Bilangan tin cat kilat adalah sekurang-kurangnya $\frac{1}{4}$ daripada bilangan tin cat alas,
 - III. Jumlah masa yang diperuntukkan untuk kerja mengecat adalah selebih-lebihnya 120 jam. Bagi satu tin cat alas, masa mengecat ialah 3 jam manakala bagi satu tin cat kilat, masa mengecat ialah 2 jam.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain daripada $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas. (*Jwp* : $y \leq 2x$, $y \geq \frac{1}{4}x$, $3x + 2y \leq 120$) [3 markah]
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 5 tin kepada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memuaskan semua kekangan di atas. [3 markah]
- (c) Guna graf yang dibina di (b), cari
- (i) bilangan minimum tin cat kilat jika bilangan tin cat alas ialah 30. (*Jwp* : 8)
 - (ii) perbelanjaan maksimum untuk cat jika harga cat alas ialah RM 50 setin dan harga cat kilat ialah RM 70 setin. (*Jwp* : 3230)

[4 markah]
[2011, No.15]

Jawapan :

16 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Seorang tukang kayu membuat dua jenis perabot, meja dan kerusi. Dalam seminggu dia membuat x buah meja dan y buah kerusi. Dia mempunyai modal sebanyak RM 6000. Penghasilan perabot adalah berdasarkan kepada kekangan berikut :

- I. Kos membuat sebuah meja ialah RM80 dan sebuah kerusi ialah RM60.
 - II. Jumlah minimum meja dan kerusi ialah 50 buah.
 - III. Bilangan kerusi mesti sekurang-kurangnya 80% daripada bilangan meja.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas.
(Jwp : $4x + 3y \leq 300$, $x + y \geq 50$, $y \geq \frac{4}{5}x$) [3 markah]
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 10 perabot pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
- (c) Menggunakan graf yang dibina di (b), cari
- (i) bilangan minimum kerusi yang dihasilkan jika 24 meja dihasilkan, (Jwp : 26)
 - (ii) jumlah keuntungan maksimum yang diperolehi jika keuntungan sebuah meja ialah RM 40 dan keuntungan sebuah kerusi ialah RM20. (Jwp : (46, 38) ; 2600)

[4 markah]
[2012, No.15]

Jawapan :

17 *Guna graf yang disediakan untuk menjawab soalan ini.*

Sebuah kedai perkakasan membeli x gergaji besi dan y pahat daripada pemborong. Harga bagi seunit gergaji besi dan seunit pahat masing-masing ialah RM40 dan RM20. Pembelian peralatan tersebut adalah berdasarkan tiga kekangan, dua daripada kekangan itu adalah seperti berikut :

- I. Jumlah peruntukan ialah RM2000.
 - II. Bilangan pahat adalah tidak melebihi 4 kali bilangan gergaji besi.
- (a) Tulis dua ketaksamaan, selain daripada $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi dua kekangan tersebut.
(Jwp : $2x + y \leq 100, y \leq 4x$) [2 markah]
- (b) Kekangan yang ketiga diwakili oleh rantau berlorek dalam graf yang disediakan. Tulis dalam perkataan bagi kekangan itu.
[1 markah]
- (c) Pada graf, bina dan lorek rantau R yang memenuhi ketiga-tiga kekangan itu [3 markah]
- (d) Menggunakan graf yang dibina di (b), cari
- (i) bilangan minimum pahat jika bilangan gergaji besi ialah 30, (Jwp : 10)
 - (ii) jumlah maksimum bilangan gergaji dan pahat yang boleh dibeli. (Jwp : (17, 66) ; 83)
[4 markah]
- [2016, No.13]

Jawapan :

18 *Guna graf yang disediakan untuk menjawab soalan ini.*

Seorang usahawan ingin menghasilkan dua jenis mainan, P dan Q dengan menggunakan sebuah mesin. Dalam sehari, mesin itu menghasilkan x buah mainan jenis P dan y buah mainan jenis Q . Masa yang diperlukan untuk menghasilkan mainan jenis P ialah 6 minit dan masa yang diperlukan untuk menghasilkan sebuah mainan jenis Q ialah 5 minit. Penghasilan mainan-mainan itu adalah berdasarkan kepada kekangan berikut :

- I. Jumlah mainan yang dihasilkan mesti melebihi 40 unit dalam sehari.
 - II. Mesin itu boleh beroperasi hanya selama 15 jam sehari.
 - III. Nisbah bilangan mainan jenis P kepada bilangan mainan jenis Q ialah selebih-lebihnya 3 : 5.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain daripada $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas. (*Jwp* : $x + y > 40$, $6x + 5y \leq 900$, $y \geq \frac{5}{3}x$)
[3 markah]
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 20 buah mainan pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas.
[3 markah]
- (c) Menggunakan graf yang dibina di (b), cari julat bagi jumlah jualan yang boleh diperolehi jika harga jualan sebuah mainan jenis P ialah RM5 dan harga jualan sebuah mainan jenis Q ialah RM3. (*Jwp* : $120 < k \leq 625$)
[4 markah]
[2017, No.14]

Jawapan :

19 Guna graf yang disediakan untuk menjawab soalan ini.

Sebuah pusat membeli belah menjual dua jenis pewangi, P dan Q . Harga jualan bagi pewangi P ialah RM400 sebotol dan pewangi Q ialah RM100 sebotol. Seorang promoter, Zie menjual x botol pewangi P dan y botol pewangi Q . Dia akan diberi komisen sebanyak 5% daripada jumlah jualan jika dia berjaya mencapai sasaran berikut :

- I. Jumlah bilangan botol pewangi yang dijual sekurang-kurangnya 50.
 - II. Jumlah jualan minimum adalah RM8000.
- (a) Tulis dua ketaksamaan, selain daripada $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan di atas. (Jwp : $x + y \geq 50$, $4x + y \geq 80$) [2 markah]
 - (b) Gunakan skala 2 cm kepada 10 botol pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
 - (c) Guna graf yang dibina di (b) untuk menjawab soalan-soalan berikut :
 - (i) Cari bilangan minimum botol pewangi P dan pewangi Q yang akan dijual jika bilangan botol pewangi Q yang dijual adalah dua kali bilangan pewangi P . (Jwp : $P = 17$, $Q = 34$)
 - (ii) Tentukan jumlah minimum komisen yang diterima oleh Zie jika dia boleh menjual 35 botol pewangi P . (Jwp : (35, 15) ; 775) [4 markah]

[2018, No.15]

Jawapan :

20 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Siti ditugaskan untuk menyediakan hadiah sempena Minggu STEM. Dia dikehendaki membeli x set pen dan y set buku nota. Harga bagi satu set pen ialah RM 3 dan harga bagi satu set buku nota ialah RM4. Pembelian hadiah tersebut adalah berdasarkan kekangan berikut :

- I. Jumlah bilangan set pen dan set buku nota mesti melebihi 40.
 - II. Jumlah peruntukan ialah RM400.
 - III. Bilangan set pen melebihi bilangan set buku nota selebih-lebihnya 10.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memuaskan semua kekangan di atas.
(Jwp : $x + y > 40, 3x + 4y \leq 400, y \geq x - 10$) [3 markah]
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 10 set pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]
- (c) Gunakan graf yang dibina di (b) untuk menjawab soalan-soalan berikut,
- (i) Cari baki minimum peruntukan, jika bilangan set pen yang dibeli adalah sama dengan bilangan set buku nota. (Jwp : (57,57), RM1.00)
 - (ii) Tentukan bilangan maksimum set pen yang boleh dibeli jika Siti membelanjakan RM50 untuk kertas pembalut. (Jwp : 54)

[4 markah]
[2019, No.14]

Jawapan :

21 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Seorang guru pancaragam sekolah diberi peruntukan RM 800 untuk pengangkutan menyertai pertandingan. Pasukan pancaragam terdiri daripada 80 orang ahli dan 1000 kg alat muzik. Dua jenis van digunakan untuk pengangkutan. Van *A* dapat mengangkut 10 orang dan 500 kg alatan, van *B* dapat mengangkut 20 orang dan 100 kg alatan. Sewa untuk van *A* dan van *B* masing-masing ialah RM100 dan RM80. Dengan menggunakan x untuk mewakili bilangan buah van *A* dan y mewakili bilangan van *B* yang disewa.

- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memuaskan semua kekangan di atas.
(Jwp : $x + 2y \geq 8$; $5x + y \geq 10$; $5x + 4y \leq 40$) [3 markah]
- (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 1 van pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memuaskan semua kekangan di atas. [4 markah]
- (c) Jika guru menyewa 3 buah van *A*, berapakah baki maksimum peruntukannya ?
(Jwp : 260) [3 markah]

Jawapan :

22 *Gunakan kertas graf untuk menjawab soalan ini.*

Sebuah bengkel perabot mempunyai dua orang pekerja, A dan B, yang menjalankan tugas membuat dan kemudian mengecat meja. Jadual menunjukkan masa yang diambil oleh setiap pekerja untuk proses membuat dan mengecat seunit meja.

Pekerja	Tempoh masa (minit)	
	Membuat	Mengecat
A	105	60
B	120	30

Pada suatu minggu, pekerja A boleh menyiapkan x buah meja, manakala pekerja B boleh menyiapkan y buah meja. Kedua-dua pekerja menjalankan tugas mereka berdasarkan kekangan berikut :

- I. Jumlah masa yang diambil oleh kedua-dua pekerja tidak boleh melebihi 110 jam.
 - II. Jumlah masa minimum bagi kedua-dua pekerja untuk membuat meja ialah 14 jam.
 - III. Bilangan meja yang disediakan oleh A tidak boleh melebihi 20 bilangan meja yang disediakan oleh B.
- (a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memuaskan semua kekangan di atas.
(Jwp : : $11x + 10y \leq 440$; $7x + 8y \geq 56$, $y \geq x - 20$) [3 markah]
 - (b) Menggunakan skala 2 cm kepada 5 meja pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memuaskan semua kekangan di atas. [3 markah]
 - (c) Menggunakan graf yang dibina di (b),
 - (i) Cari julat bilangan meja yang boleh disediakan oleh pekerja B, jika pekerja A boleh menyiapkan 6 buah meja pada suatu minggu tertentu. (Jwp : $2 \leq y \leq 37$)
 - (ii) Keuntungan bagi setiap meja yang dijual ialah RM12. Dengan menganggar bahawa semua meja yang dihasilkan oleh A dan B untuk minggu tersebut telah dijual, cari keuntungan maksimum yang diperolehi. (Jwp : 528) [4 markah]

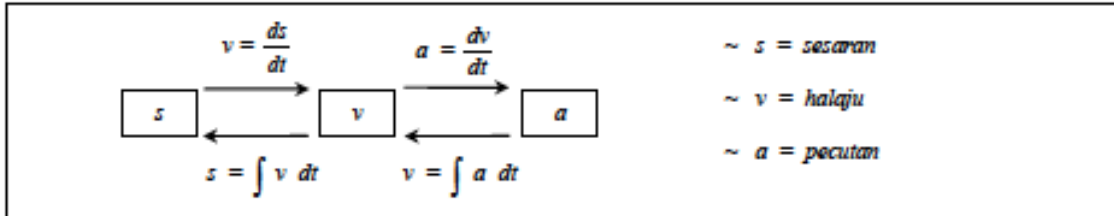
Jawapan :

KINEMATIK GERAKAN LINEAR

**- ONE PAGE NOTE (OPN)
- LEMBARAN KERJA**

Puan Lai Hoi Yong

ONE PAGE NOTES
“ KINEMATIK GERAKAN LINEAR ”



- IMPLIKASI :**
- kembali / melalui O semula $\rightarrow s = 0$.
 - berada di kiri O / sesaran negatif $\rightarrow s < 0$;
berada di kanan O / sesaran positif $\rightarrow s > 0$.
 - P dan Q bertemu $\rightarrow s_P = s_Q$
 - berhenti seketika / diam seketika / pegun / rehat / tukar arah / berpatah balik / sesaran mi minimum @ maksimum / jarak minimum @ maksimum $\rightarrow v = 0$.
 - bergerak ke arah kiri / halaju negatif $\rightarrow v < 0$;
bergerak ke arah kanan / halaju positif $\rightarrow v > 0$.
 - halaju minimum / maksimum, halaju seragam / laju malar $\rightarrow a = 0$.
 - halaju berkurang / nyahpecutan $\rightarrow a < 0$;
halaju bertambah / memecut $\rightarrow a > 0$.
 - kedudukan awal (s), halaju awal (v), pecutan awal (a) $\rightarrow t = 0$.
 - jarak yang dilalui dalam saat ke- n / pada saat ke- $n = \int_{n-1}^n v dt = |s_n - s_{n-1}|$
 - jumlah jarak yang dilalui oleh zarah dalam n saat yang pertama,
 - (i) jika $v \neq 0$, jumlah jarak $= \int_0^n v dt = |s_n - s_0|$
 - (ii) jika $v = 0$ apabila $t = m$ di mana $0 \leq m \leq n$, jumlah jarak $= \left| \int_0^m v dt \right| + \left| \int_m^n v dt \right|$
 - # 5 saat pertama $\rightarrow t = 0$ hingga $t = 5$
 - # pada saat ke-5 $\rightarrow t = 4$ hingga $t = 5$
 - purata laju = $\frac{\text{jumlah jarak yang dilalui}}{\text{jumlah masa yang diambil}}$

PEMBEZAAN			
$\frac{d}{dx} (k) = 0$	$\frac{d}{dx} (kx) = k$	$\frac{d}{dx} (kx^n) = (nk)x^{n-1}$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{k}{x^n} \right) = \frac{-nk}{x^{n+1}}$
$\frac{d}{dx} (2) = 0$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{x}{8} \right) = \frac{1}{8}$	$\frac{d}{dx} (-3x^4) = -12x^3$	$\frac{d}{dx} \left(\frac{3}{x^2} \right) = \frac{-6}{x^3}$

PENGAMIRAN		
$\int k dx = kx + c$	$\int kx^n dx = \frac{kx^{n+1}}{n+1} + c$	$\int \frac{k}{x^n} dx = \frac{k}{x^{n-1}[-(n-1)]} + c$
$\int 2 dx = 2x + c$	$\int 5x^2 dx = \frac{5x^3}{3} + c$	$\int \frac{5}{x^3} dx = \frac{5}{x^2(-2)} + c$

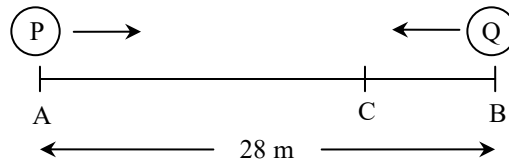
TOPIK 8 : KINEMATIKA GERAKAN LINEAR

- 1 Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus bermula dari satu titik tetap P. Halajunya, $v \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v = 2t(6 - t)$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas meninggalkan titik P. Carikan (Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif)
- (a) halaju maksimum zarah itu, (Jwp : 18) [3 markah]
 - (b) jarak yang dilalui dalam saat ketiga, (Jwp: $17\frac{1}{3}$) [3 markah]
 - (c) nilai t apabila zarah itu melalui titik P semula, (Jwp : 9) [2 markah]
 - (d) masa di antara zarah itu meninggalkan P dengan masa zarah itu berpatah balik.
(Jwp: 6) [2 markah]

[2004, No.15]

Jawapan :

- 2 Rajah menunjukkan kedudukan dan arah gerakan dua objek, P dan Q, yang bergerak pada suatu garis lurus dan masing-masing melalui dua titik tetap, A dan B. Pada ketika P melalui titik tetap A, Q melalui titik tetap B. Jarak AB ialah 28 m.



Halaju P, $v_p \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v_p = 6 + 4t - 2t^2$, dengan keadaan t ialah masa dalam saat, selepas melalui A, manakala Q bergerak dengan halaju malar -2 ms^{-1} . Objek P berhenti seketika di titik C. Carikan [Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

- (a) halaju maksimum, dalam ms^{-2} , bagi P. (Jwp : 8) [3 markah]
 (b) jarak, dalam m, of C dari A, (Jwp: 18) [4 markah]
 (c) jarak, dalam m, antara P dan Q ketika P berada di titik C. (Jwp: 4) [3 markah]
[2005, No.15]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 3 Suatu, zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus melalui satu titik tetap O. Halajunya, $v \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v = t^2 - 6t + 5$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui O.
[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

(a) Cari

- (i) halaju awal zarah itu, (Jwp: 5)
(ii) julat masa apabila zarah itu bergerak arah ke kiri, (Jwp: $1 < t < 5$)
(iii) julat masa apabila pecutan zarah itu adalah positif. (Jwp: $t > 3$)
[5 markah]
- (b) Lakarkan graf halaju melawan masa bagi pergerakan zarah itu untuk $0 \leq t \leq 5$. [2 markah]
- (c) Hitung jumlah jarak yang dilalui dalam 5 saat yang pertama selepas melalui O.
(Jwp: 13)

[3 markah]
[2006, No.12]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 4 Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dan melalui titik tetap O. Halajunya, $v \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v = t^2 - 6t + 8$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui O. Cari

[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

- (a) halaju awal, dalam ms^{-1} , (Jwp : 8) [1 markah]
(b) halaju minimum, dalam ms^{-1} , (Jwp : -1) [3 markah]
(c) julat nilai t ketika zarah bergerak ke arah kiri, (Jwp : $2 < t < 4$) [2 markah]
(d) jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah dalam 4 saat pertama.
(Jwp : 8) [4 markah]

[2007, No.12]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 5 Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dan melalui satu titik tetap O. Halajunya, v ms⁻¹, diberi oleh $v = 10 + 3t - t^2$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui O. Zarah itu berhenti seketika di suatu titik R. Cari

[Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

- (a) pecutan, dalam ms⁻², bagi zarah itu di R, (Jwp : -7) [3 markah]
(b) halaju maksimum, dalam ms⁻¹, bagi zarah itu, (Jwp : $12\frac{1}{4}$) [3 markah]
(c) jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dalam 9 saat pertama, selepas melalui O. (Jwp : $123\frac{1}{6}$) [4 markah]

[2008, No.12]

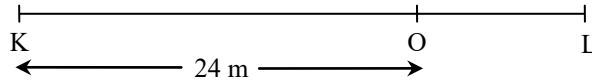
Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 6 Suatu zarah bergerak di sepanjang garis lurus melalui satu titik tetap O. Halajunya, $v \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v = 15 + 4t - 3t^2$, dengan keadaan t ialah masa dalam s selepas melalui O.
- (a) halaju awal, dalam ms^{-1} , zarah itu, (Jwp : 15) [1 markah]
- (b) pecutan awal, dalam ms^{-2} , zarah itu, (Jwp : 4) [2 markah]
- (c) halaju maksimum, dalam ms^{-1} , zarah itu, (Jwp : $16\frac{1}{3}$) [3 markah]
- (d) jarak, dalam m, dari O apabila zarah itu berhenti seketika, (Jwp : 36) [4 markah]
[2009, No.15]

Jawapan :

- 7 Rajah menunjukkan suatu garis lurus KOL.



Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dan melalui satu titik tetap O. Halajunya, $v \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v = 8 - 4t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas meninggalkan titik O. Zarah itu berhenti seketika di titik L. Cari [Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

- (a) pecutan, dalam ms^{-2} , zarah itu, (Jwp : -4) [1 markah]
- (b) masa, dalam saat, apabila zarah itu berada di L, (Jwp : 2) [2 markah]
- (c) halaju, dalam ms^{-1} , zarah itu apabila melalui K, (Jwp : -16) [3 markah]
- (d) jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dari O ke K melalui L. (Jwp : 40) [4 markah]

[2012, No.12]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 8 Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dan melalui satu titik tetap O . Halajunya, $v \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v = pt^2 + qt$, dengan keadaan p dan q ialah pemalar dan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui titik O . Diberi bahawa zarah tersebut berhenti seketika apabila $t = 4 \text{ s}$ dan pecutannya ialah -2 ms^{-2} apabila $t = 1 \text{ s}$. [Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]

Cari

- (a) nilai bagi p dan bagi q , (Jwp : $p = 1, q = -4$) [5 markah]
(b) julat bagi nilai-nilai t apabila zarah bergerak ke kiri, (Jwp : $0 < t < 4$) [2 markah]
(c) jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah pada saat keempat. (Jwp : $1\frac{2}{3}$) [3 markah]

[2014, No.12]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 9 Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dan melalui satu titik tetap O . Halajunya, $v \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v = pt^2 - 6t$, dengan keadaan p ialah pemalar dan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui O . Pecutan zarah itu ialah 18ms^{-2} apabila $t = 3\text{s}$.
[Anggapkan gerakan kea rah kanan sebagai positif]

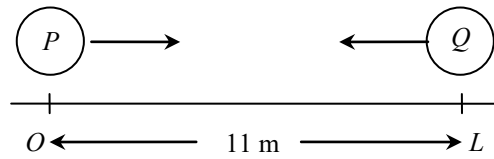
Cari

- (a) nilai p , (Jwp : 4) [3 markah]
(b) julat masa, dalam saat, apabila halaju zarah itu menyusut, (Jwp : $t < \frac{3}{4}$) [2 markah]
(c) masa, dalam saat, apabila zarah itu berhenti seketika, (Jwp : $\frac{3}{2}$) [2 markah]
(d) jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dalam 3 saat pertama. (Jwp : $\frac{27}{2} / 13\frac{1}{2}$) [3 markah]

[2016, No.14]

Jawapan :

- 10 Rajah menunjukkan kedudukan awal dan arah pergerakan zarah P dan zarah Q . Kedua-dua zarah mula bergerak serentak.



Halaju bagi zarah P , $v_p \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v_p = 9t^2 + 10$ dan sesaran bagi zarah Q , $s_Q \text{ m}$, dari titik L diberi oleh $s_Q = 3t^3 - t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas zarah P melalui O dan zarah Q melalui titik L .

- (a) Cari halaju awal, dalam ms^{-1} , bagi zarah Q , (Jwp : -1) [2 markah]
- (b) Cari jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah Q dalam 2 saat pertama. (Jwp : $22\frac{4}{9}$) [4 markah]
- (c) Hitung jarak, dalam m, bagi zarah-zarah itu dari titik L apabila zarah P dan zarah Q bertemu. (Jwp : 2) [4 markah]
- [2017, No.12]**

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 11** Suatu zarah bergerak pada satu garis lurus melalui satu titik tetap O , dengan halaju 24ms^{-1} . pecutannya, $a\text{ ms}^{-2}$, t s selepas melalui O ialah $a = 10 - 2t$. Zarah itu berhenti selepas k s.
- (a) Carikan
- (i) halaju maksimum zarah itu, (Jwp : 49)
 - (ii) nilai k . (Jwp : 12)
- [6 markah]
- (b) Lakarkan graf halaju-masa untuk $0 \leq t \leq k$.
Seterusnya, atau dengan cara lain, hitungkan jumlah jarak yang dilalui dalam tempoh masa itu.
(Jwp : 432) [4 markah]
- [2003, No.12]**

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 12** Satu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dengan keadaan pecutannya, $a \text{ ms}^{-2}$, diberi oleh $a = 10 - 2t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui satu tetap O. Halaju awal zarah itu ialah -16 ms^{-1} . Cari [Anggapkan gerakan ke arah kanan sebagai positif]
- (a) halaju maksimum, dalam ms^{-1} , zarah itu, (Jwp : 9) [4 markah]
- (b) julat nilai t ketika zarah itu bergerak ke kanan, (Jwp : $2 < t < 8$) [2 markah]
- (c) jumlah jarak, dalam cm, yang dilalui oleh zarah itu dalam 6 saat pertama. (Jwp : $41\frac{1}{3}$) [4 markah]

[2010, No.12]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 13** Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus dengan halaju awal 5 ms^{-1} . Pecutannya, $a \text{ ms}^{-2}$, diberi oleh $a = 9 - 4t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui titik tetap O. Cari
- (a) masa, dalam saat, ketika pecutannya sifar, (Jwp : $\frac{9}{4}$) [1 markah]
- (b) halaju maksimum, dalam ms^{-1} , bagi zarah itu, (Jwp : $15\frac{1}{8}$) [3 markah]
- (c) masa, dalam saat, apabila zarah berhenti seketika, (Jwp : 5) [2 markah]
- (d) jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dalam 6 saat pertama. (Jwp : $60\frac{1}{3}$) [4 markah]
- [2011, No.12]**

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 14 Dua zarah P dan Q bergerak di sepanjang suatu garis lurus dengan keadaan sesaran zarah-zarah itu dari titik tetap O ialah s m. Zarah P mula bergerak dari A dengan $s_P = 10 + 8t - 8t^2$ dan pada masa yang sama zarah Q mula bergerak dari B dengan $s_Q = 6t^2 - 9t - 12$ dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas kedua-dua zarah mula bergerak.
- (a) Cari jarak, dalam m, antara A dan B . (Jwp : 22) [2 markah]
- (b) Cari masa, dalam saat, apabila kedua-dua zarah itu berselisih. (Jwp : 2) [3 markah]
- (c) Hitung jumlah jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah P apabila kedua-dua zarah itu berselisih. (Jwp : 20) [5 markah]

[2018, No.12]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 15** Sebuah objek dilontarkan secara menegak ke atas dari pinggir bumbung sebuah bangunan yang tingginya 48m dari aras tanah. Sesaran objek itu, x m, dari bumbung bangunan, diberi oleh $x = 8t - 5t^2$ dengan t ialah masa dalam s . Carikan
- (a) jarak tertinggi yang dicapai objek tersebut dari aras tanah, (Jwp : $51\frac{1}{5}$ m) [5 markah]
- (b) masa dan halaju ketika objek itu mencecah tanah. (Jwp : -32 ms^{-1}) [5 markah]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 16** Satu zarah P bergerak di sepanjang suatu garis lurus melalui satu titik tetap O . Sesarannya, s m, dari O diberi oleh $s = 11 + 6t^2 - t^3$ dengan t ialah masa dalam saat selepas melalui O . Carikan
- (a) jarak maksimum, dalam m, bagi P dari O , (Jwp : 43 m) [3 markah]
 - (b) halaju maksimum, ms^{-1} , bagi P, (Jwp : 12 ms^{-1}) [4 markah]
 - (c) halaju purata P dalam 2 saat yang pertama. (Jwp : 8 ms^{-1}) [3 markah]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 17 Suatu zarah bergerak di sepanjang garis lurus melalui satu titik tetap O . Halajunya, v m s⁻¹, diberi oleh $v = pt^2 + qt - 16$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui O , p dan q adalah pemalar. Zarah itu berhenti seketika apabila ia berada 64 m sebelah kiri O pada ketika $t = 4$. Cari [Assume motion to the right is positive.]
- (a) nilai p dan nilai q , (Jwp : $p = 3, q = -8$) [5 markah]
(b) pecuatan zarah itu apabila ia berhenti untuk seketika momentarily, (Jwp : 16) [2 markah]
(c) jumlah jarak yang dilalui pada saat ketiga. (Jwp : 17) [3 markah]

Jawapan :

- 18** Satu zarah bermula daripada rehat pada titik tetap O , bergerak sepanjang suatu garis lurus dengan halaju, $v \text{ m s}^{-1}$. Diberi $v = t(a - bt)$ dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas permulaan gerakannya, manakala a dan b ialah pemalar. Zarah itu berhenti seketika apabila $t = 2 \text{ s}$ dan jaraknya pada ketika itu ialah 4 m sebelah kanan titik O . Cari
(Anggapkan pergerakan arah ke kanan sebagai positif.)
- (a) nilai a dan nilai b . (Jwp : $a = 6, b = 3$) [4 markah]
- (b) nilai t apabila zarah itu melalui O semula, (Jwp : 3) [2 markah]
- (c) jumlah jarak yang dilalui oleh zarah itu dalam masa 3 saat pertama. (Jwp : 8) [3 markah]

Jawapan :

MODUL TINGKATAN 5 MATEMATIK TAMBAHAN (3472)

- 19** Suatu zarah bergerak di sepanjang suatu garis lurus melalui satu titik tetap O dengan halaju 20 ms^{-1} . Pecutannya, $a \text{ ms}^{-2}$, diberi oleh $a = 11 - 6t$, dengan keadaan t ialah masa, dalam saat, selepas melalui O.
- (a) Carikan halaju maksimum, dalam ms^{-1} , zarah itu, (Jwp : $\frac{361}{12}$) [3 markah]
- (b) Hitung jarak, dalam m, yang dilalui oleh zarah itu dalam saat ketiga, (Jwp : $28\frac{1}{2}$) [3 markah]
- (c) Hitungkan masa yang diambil untuk mencapai jarak maksimum dari O dalam arah pergerakan yang asal. (Jwp : 5) [2 markah]
- (d) Lakarkan graf halaju-masa bagi pergerakan zarah itu untuk $0 \leq t \leq 5$. [2 markah]

Jawapan :

JAWAPAN LEMBARAN KERJA

1) Boleh dilihat atau dimuat turun melalui pautan ini:

bit.ly/MTWORKHEETANSWERF5

atau

2) Scan Kod QR ini:



PENGHARGAAN

AHLI PANEL

- | | | |
|-----|--|------------------------------|
| 1) | Lee Chiong Tee
(Penyelaras/Ketua Zon 2) | SM St Peter, Telipok |
| 2) | Dr. Ma Chi Nan
(Ketua Zon 1) | SM St Michael, Penampang |
| 3) | Peter Wong Yung Ming
(Ketua Zon 3) | Sekolah Tinggi Kota Kinabalu |
| 4) | Norfadzilah Lee
(Ketua Zon 4) | SMJK Tiong Hua, Sandakan |
| 5) | Ong Choon Keat
(Ketua Zon 5) | SM St John, Tuaran |
| 6) | Hafizi Fazli Bakar
(Ketua Zon 6) | SMK Kemabong, Tenom |
| 7) | Rayner Doukim | SMK Tandek, Kota Marudu |
| 8) | Patrick Tan | SMK Tandek, Kota Marudu |
| 9) | AK Sapri Yaakub | SMK Menumbok, Kuala Penyu |
| 10) | Tan Woon Shin | SMK St Paul, Beaufort |
| 11) | Mohd Salleh Ambo | SMK Terusan, Lahad Datu |
| 12) | Mohd Zulkarnain bin Zulkifli | SMK Pamol, Beluran |
| 13) | Adry Colodius | SMK Nabawan, Pensiangan |
| 14) | Elbenjoe Wesmin | SMK Pinggan-Pinggan, Pitas |
| 15) | Nadzrinah binti Ahmad | SMK Pitas 2, Pitas |
| 16) | Suhairul bin Hadlee | SMKA Mohamad Ali, Ranau |
| 17) | Lai Hoi Yong | SMK Elopura, Sandakan |
| 18) | Sandra Chong Ket San | SMK Sandakan |
| 19) | Hartono bin Josead | SMK Pengiran Omar, Sipitang |
| 20) | Jamaliah Mohd. Elmi | SMK Tamparuli, Tuaran |
| 21) | Dennis Chua Ah Thin | SMK Pekan Telipok, Tuaran |

"Success is not final; failure is not fatal: It is the courage to continue that counts"

-BLANK-